BANCO DE PREGUNTAS Y RESPUESTAS PARA LA PRUEBA DE SUFICIENCIA ACADEMICA 2024 DE LAS MATERIAS DE QUÍMICA Y MATEMÁTICAS CARRERA DE INGENIERIA EN PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

FÍSICA

FÍSICA

UNIDAD 1. MEDICIÓN

La Física es una ciencia basada en las observaciones y medidas de los fenómenos físicos.
Medir. Es comparar una magnitud con otra de la misma especie llamada patrón.
Magnitud. Es todo aquello que puede ser medido.

1.1 Unidades y conversiones:

Unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades

Magnitud	Longitud	Masa	Tiempo	Intensidad eléctrica	Temperatura	Intensidad luminosa	Cantidad sustancia
Unidades	metro	kilogramo	segundo	ampere	kelvin	candela	mol
Símbolo	m	kg	s	A	K	cd	mol

Unidades derivadas

Magnitud	Trabajo	Fuerza	Presión	Potencia	Frecuencia	Velocidad	Densidad
Unidades	joules	newton	pascal	watt	hertz	longitud / tiempo	masa/volumen
Símbolo	J	N	Pa	W	Hz	m/s	Kg/m^3

Factores de conversión entre el sistema ingles y el SI

Unidad	Pulgada (in)	Pies (ft)	Yarda (yd)	Milla (mi)	Libra (lb)	Onza (oz)	Galón (gal)
Factor de equivalencia	0.0254 m	0.3048 m	0.9141 m	1609 m	0.454 kg	0.0283 kg	3.785 l

Prefijos utilizados en el SI

	Múltiplos							Submúltiplos					
Prefijo	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hecto	Deca	Unidad	deci	centi	mili	micro	nano	pico
Símbolo	T	G	M	K	H	D	m	d	c	m	μ	n	p
Valor	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Ejemplos:

a) Convertir 10 km/hr a m/s.

$$\text{Solución: } \frac{10\text{ km}}{\text{hr}} \times \frac{1\text{ hr}}{3600\text{ s}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} = 2.77\text{ m/s}$$

b) Convertir 30 m^3 a cm^3

$$\text{Solución: } 30\text{ m}^3 \times \frac{10^6\text{cm}^3}{1\text{m}^3} = 3 \times 10^7\text{cm}^3 = 30000000\text{ cm}^3$$

c) Convertir 20 m/s a km/min.

$$\text{Solución: } \frac{20\text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}} \times \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} = 1.2\text{ km/min}$$

d) Convertir 150 ft /hr a m/s.

$$\text{Solución: } \frac{150\text{ ft}}{\text{hr}} \times \frac{1\text{ hr}}{3600\text{ s}} \times \frac{0.305\text{ m}}{1\text{ ft}} = 1.27 \times 10^{-2}\text{ m/s} = 0.0127\text{ m/s}$$

e) Convertir 12 lb/s a Kg/hr

$$\text{Solución: } \frac{12\text{ lb}}{\text{s}} \times \frac{0.454\text{ Kg}}{1\text{ lb}} = \frac{3600\text{ s}}{1\text{ hr}} = 1.96 \times 10^4\text{ Kg/hr} = 19600\text{ Kg/hr}$$

f) Convertir 0.40 km/s a mi/hr.

$$\text{Solución: } \frac{0.4\text{ km}}{\text{s}} \times \frac{1\text{ mi}}{1609\text{ m}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{3600\text{ s}}{1\text{ hr}} = 8.95 \times 10^2\text{mi/hr} = 895\text{ mi/hr}$$

<u>UNIDAD 2</u>. CINEMATICA

La mecánica es la rama de la física que trata del movimiento de los cuerpos incluyendo el reposo como un caso particular de movimiento.

Cinemática. Analiza el movimiento de los cuerpos atendiendo solo a sus características, sin considera las causas que coproducen. Al estudiar cinemática se consideran las siguientes magnitudes con sus unidades respectivas:

Distancia	Tiempo	Velocidad	Aceleración
m	s	m/s	m/s^2
km	h	Km/h	Km/h^2
ft	s	ft/s	ft/s^2
mi	h	mi/h	mi/h^2

2.1 Movimiento Rectilíneo

- *Movimiento.* Es el cambio de posición de un cuerpo con respecto a un punto de referencia en el espacio y en tiempo.
- *Trayectoria.* Es la ruta o camino a seguir por un determinado cuerpo en movimiento.
- *Distancia.* Es la separación lineal que existe entre dos lugares en cuestión, por lo que se considera una cantidad escalar.
- *Desplazamiento.* Es el cambio de posición de una partícula en determinada dirección, por lo tanto es una cantidad vectorial.
- *Velocidad media*. Representa el cociente entre el desplazamiento total hecho por un objeto (móvil) y el tiempo en efectuarlo.

Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)

Un objeto se mueve con movimiento rectilíneo uniforme cuando recorre distancias iguales en tiempos iguales es decir su velocidad es constante. Y lo hace a largo de un recta.

$$v = \frac{d}{t}$$

donde: d = distancia total (m, km, ft)
t = tiempo total (s, min, hr)
v = velocidad media (m/s , km/hr , ft/s)

Ejemplos:

a) Un automóvil recorrió 450 Km en 5 horas para ir de la Ciudad de México a la Playa de Acapulco. ¿Cuál fue la velocidad media del recorrido?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
d = 450 km t = 5 h	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{450\,km}{5\,h}$	v= 90 km/h

b) Un venado se mueve sobre una carretera recta con una velocidad de 72 Km / hr, durante 5 minutos ¿Qué distancia recorre en este tiempo?

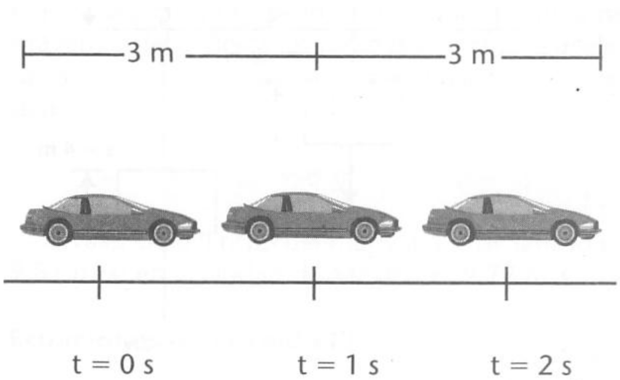
Hay que hacer conversiones para que las unidades sean homogéneas

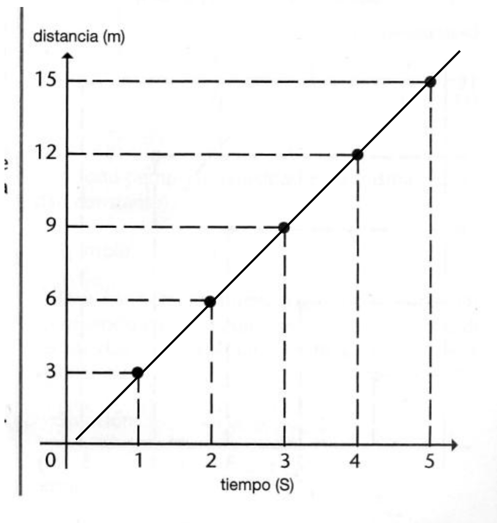
Tiempo: $5\,min\left(\frac{60\,s}{1min}\right) = 5 * 60s = 300\,s$

Velocidad: $72\frac{km}{h}\left(\frac{1h}{3600\,s}\right)\left(\frac{1000\,m}{1km}\right) = \frac{72 * 1000\,m}{3600s} = 20\frac{m}{s}$

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
v = 20 m/s t = 300 s	d = vt	d = 20 * 300	d = 6000 m

c) Realizar una gráfica d-t del comportamiento de un automóvil que partiendo del reposo, se mueve con una velocidad constante de 3 m/s.





Movimiento Uniformemente Acelerado (M.U.A)

El movimiento acelerado incluye a la caída libre y al tiro vertical cambiando ciertas variables.

M.U.A.	Caída libre y Tiro vertical
Distancia (d)	Altura (h)
Aceleración (a)	Aceleración de la gravedad (g) $g = 9.81 m/s^2 \approx (10\ m/s^2)$

La aceleración es la relación de cambio de la velocidad en el tiempo transcurrido y se representar con la siguiente ecuación:

$$a = \frac{Vf - Vi}{t}$$

a = aceleración (m/s^2)
Vf = velocidad final (m/s)
Vi = velocidad inicial (m/s)
t = tiempo (s)

Al analizar la ecuación anterior se obtienen las siguientes conclusiones:

- Si la velocidad final es mayor que la velocidad inicial entonces la aceleración es positiva y por lo tanto el móvil acelera.
- Si la velocidad final es menor que la velocidad inicial entonces la aceleración es negativa y por lo tanto el móvil desacelera (frena).

I. $a = \frac{v_f - v_i}{t}$ II. $d = v_i t + \frac{at^2}{2}$ III. $V_f^2 = V_i^2 + 2ad$ IV. $d = \left(\frac{v_f + v_i}{2}\right)t$

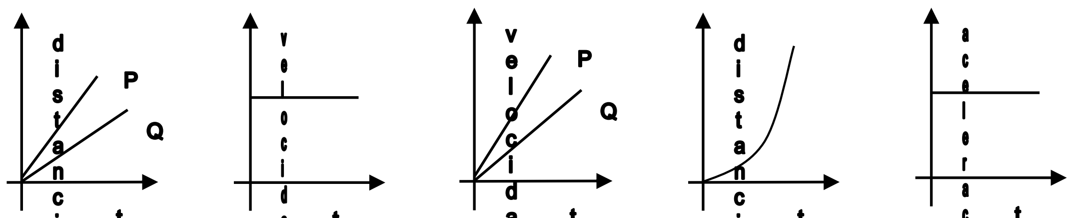
donde: v_f = velocidad final (m/s) d = desplazamiento (m) v_i = velocidad inicial (m/s)
a = aceleración (m/s^2) t = tiempo (s)

Existen otras fórmulas aplicadas al M.U.A. De estas relaciones surgen más, pero solamente si son despejadas.

Análisis del M.U.A.

- Si el móvil parte del reposo, entonces su velocidad inicial (vi) es igual a cero.
- Si el móvil se detiene (frena), entonces su velocidad final (vf) es igual a cero.

Gráficas de Movimietos



Ejemplos:

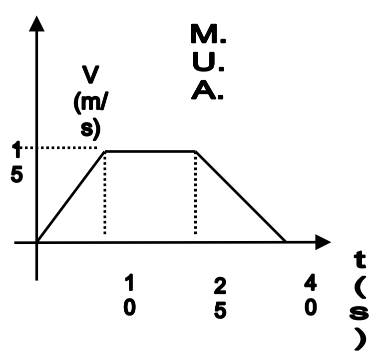
a) Un vehículo se mueve a razón de 10 m/s, al transcurrir 20 s, su velocidad es de 40 m/s. ¿Cuál es su aceleración?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
v_i = 10 m/s v_f = 40 m/s t = 20 s	$a = \frac{v_f - v_i}{t}$	$a = \frac{40-10}{20}$	a = 1.5 m/s^2

b) Un motociclista parte del reposo y experimenta una aceleración de 2 m/ s^2 ¿Qué distancia habrá recorrido después de 4 s?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
v_i = 0 a = 2 m/s^2 t = 4 s	$d = v_i t + \frac{at^2}{2}$	$d = 0(4) + \frac{2(4)^2}{2}$	d = 16 m

c) Del gráfico siguiente realiza una descripción del movimiento y hallar la aceleración del móvil.



El móvil parte del reposo y acelera hasta alcanzar una velocidadde 15 m/s.
De los 10 s a los 25 s, se desplaza a velocidad constante de 15 m/s.
A partir del segundo 25 empieza a desacelerar y se detiene a los 40 s.

La aceleración

de 0s a 10s: $a = \frac{15-0}{10} = 1.5\ m/s^2$

de 10s a 25s: $a = \frac{15-15}{15} = 0$ m/s²

de 25s a 40s: $a = \frac{0-15}{15} = -1$ m/s²,

el signo es negativo porque la gráfica no sube baja y por lo tanto es una desaceleración.

2.2 Caída libre

Todo cuerpo que cae desde el reposo o libremente al vacío, su velocidad inicial valdrá cero y su aceleración será de $g = 9.81$ m/s².

I. $v = gt$ II. $v = \sqrt{2gh}$ III. $h = \frac{gt^2}{2}$ IV. $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

donde: v = velocidad (m/s) h = altura (m) t = tiempo (s)

Ejemplos:

a) Un niño deja caer una pelota desde una ventana de un edifico y tarda 3s en llegar al suelo, ¿Cuál es la altura del edificio?. Considerar $g = 10$ m/s²

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
t = 3 s $g = 10$ m/s²	$h = \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{10(3)^2}{2}$	h = 45 m

b) Se deja caer un objeto desde un puente que esta a 80 m del suelo ¿Con qué velocidad el objeto se estrella contra el suelo?. Considerar $g = 10$ m/s²

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
h = 80 m $g = 10$ m/s²	$v = \sqrt{2gh}$	$v = \sqrt{2(10)(80)}$	d = 40 m/s

2.3 Tiro vertical

Si un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba, su velocidad disminuirá uniformemente hasta llegar a un punto en le cual queda momentáneamente en reposo y luego regresa nuevamente al punto de partida. Se ha demostrado, que el tiempo que tarda un cuerpo en llegar al punto mas alto de su trayectoria, es igual que tarda en regresar al punto de partida, esto indica que ambos movimientos son iguales y para su estudio se usan las mismas ecuaciones que en la caída libre, solo hay que definir el signo que tendrá "g".

I. $v_f = v_i - gt$ II. $h = v_i t - \frac{gt^2}{2}$ III. $V_f^2 = V_i^2 + 2gh$ IV. $h_{max} = \frac{v_i^2}{2g}$ V. $t_s = \frac{v_i}{g}$

donde: v_f = velocidad final (m/s) h = altura (m) v_i = velocidad inicial (m/s)
t_s = tiempo de subida (s) h_{max} = altura máxima (m) t = tiempo (s)

Ejemplos:

a) Se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba con una velocidad de 60 m/s, ¿Cuál es la altura máxima alcanzará?. Considerar $g = 10$ m/s²

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 60$ m/s $g = 10$ m/s²	$h_{max} = \frac{v_i^2}{2g}$	$h_{max} = \frac{(60)^2}{2(10)}$	$h_{max} = 180$ m

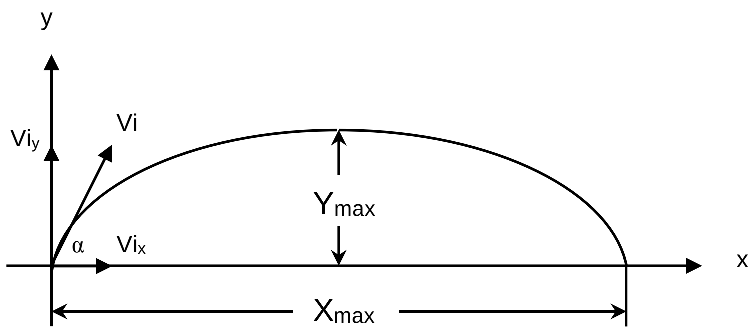
b) Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s, ¿Cuánto tiempo le tomará alcanzar su altura máxima?. Considerar $g = 10$ m/s²

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado

$v_i = 30\ m/s$ $g = 10\ m/s^2$	$t_s = \frac{v_i}{g}$	$t_s = \frac{30}{10}$	d = 3s

2.4 Tiro parabólico

Es un movimiento que está compuesto por los movimientos: M.R.U. y M.U.A. y además forma un ángulo de elevación con el eje horizontal (x). El procedimiento para resolver problemas y sus fórmulas principales son:



- Descompónganse la velocidad inicial Vi en sus componentes:
  $Vi_x = Vi \cos \alpha$ $\quad\quad$ $Vi_y = Vi \operatorname{sen} \alpha$
- Las componentes horizontal y vertical de posición (altura), en cualquier instante estarán dadas por:
  $x = Vi_x$ $\quad\quad$ $y = Vi_y{*}t + ½\ g{*}t^2$
- Las componentes horizontal y vertical de la velocidad en cualquier instante estarán dadas por:
  $V_x = Vi_x$ $\quad\quad$ $V_y = Vi_y + g{*}t$
- La posición y velocidad finales se pueden calcular a partir de sus componentes.

Altura máxima: $$Y_{max} = \frac{V_i^2 \cdot \operatorname{sen}^2\alpha}{2g} = \frac{(V_i \cdot \operatorname{sen}\alpha)^2}{2g}$$

Tiempo de Altura máxima: $$t_{ymax} = \frac{V_i \cdot \operatorname{sen}\alpha}{g}$$

Tiempo en el Aire: $$t_{aire} = \frac{2V_i \cdot \operatorname{sen}\alpha}{g}$$

Alcance máximo: $$X_{max} = \frac{V_i^2 \cdot \operatorname{sen} 2\alpha}{g} = \frac{2V_i^2 \cdot \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$$

Ejemplo:

a) Se lanza un proyectil con un ángulo de 30° con respecto a la horizontal, con una velocidad de 40 m/s, ¿Cuál es la altura máxima alcanzada, el tiempo en que el proyectil permanece en el aire y su alcance horizontal?. Considerar g = 10 m/s^2

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 40\ m/s$ $\alpha = 30°$ $g = 10\ m/s^2$	$Y_{max} = \frac{(V_i \cdot \operatorname{sen}\alpha)^2}{2g}$	$Y_{max} = \frac{(40 \cdot \operatorname{sen} 30°)^2}{2(10)}$	$Y_{max} = 20\ m$
	$t_{aire} = \frac{2V_i \cdot \operatorname{sen}\alpha}{g}$	$t_{aire} = \frac{2(40) \cdot \operatorname{sen} 30°}{10}$	$t_{aire} = 4\ s$
		$X_{max} = \frac{(40)^2 \cdot \operatorname{sen} 2(30°)}{10}$	$X_{max} = 138\ m$

$$X_{max} = \frac{V_i^2 \cdot \text{sen } 2\alpha}{g}$$

Cuestionario I

1. ¿Cuál de los siguientes objetos es un buen patrón para medir el largo de una cancha de baloncesto?

a) La cuarta del entrenador   b) Una varilla metálica   c) Un resorte   d) Los pasos de una persona

2. Se define como la representación física de una magnitud utilizada como unidad.

a) Medir   b) Patrón   c) Magnitud   d) Longitud

3. De las magnitudes físicas siguientes, ¿Cuál es una magnitud fundamental de SI

a)La presión   b) La resistencia eléctrica   c) La temperatura   d) La energía

4. Selecciona una unidad derivada
a) Metro   b) Kilogramo   c) Mol   d) Joules

5. A cuantos pies equivalen 3 m?

a) 984.25 ft   b) 98.42 ft   c) 9.842 ft   d) 0.3048 ft

6. Convertir 54 km/h a m/s

a) 54000 m/s   b) 5400 m/s   c) 15 m/s   d) 150 m/s

7. Un camión recorrió 600 Km en 5 horas y media para ir de la Cd. de México a Veracruz. ¿Cuál fue la velocidad media del recorrido?
a) 0.109 km/h   b) 109 m / h   c) 109000 m /s   d) 109 km /h

8. Un chita se mueve en línea recta con una velocidad de 108 Km / hr, durante 3 minutos ¿Qué distancia recorre en este tiempo?

a) 540 km   b) 54 m   c) 5400 m   d) 54 km

9. Un tigre que parte del reposo alcanza una velocidad de 30 m/s en 15s. ¿Cuál fue su aceleración?

a) 2 m/s   b) 0.5 m/s   c) 2 m / s^2 d) 2 m^2 / s^2

10. Al despejar la aceleración "a" de la expresión III. $Vf^2 = Vi^2 + 2ad$ se obtiene:

a) $a = Vi^2 + 2dVf^2$ b) $a = \frac{Vf^2 - Vi^2}{2d}$ c) $a = \frac{Vf^2 - 2Vi^2}{d}$ d) $a = Vi^2 - 2dVf^2$

11. Se dejan caer en el vació tres esferas de: oro, madera y plastilina. ¿Cuál llegará primero al piso?
a) La bola de oro   b) Las tres llegan juntas   c) La de madera   d) La de plastilina

12. Un niño deja caer una pelota desde una ventana que está a 60m de altura sobre el suelo. Calcular el tiempo que tarda en caer y la velocidad con que choca contra el suelo.

a) t = 3.5 h, V_f = 34.6 m/s   b) t = 3.5 s, V_f = 34.3 m/s   c) t = 3 s, V_f = 34 km/s   d) t = 4s, V_f = 40 m/s

13. Una pelota de béisbol se lanza hacia arriba con una con una velocidad inicial de 20m/s. Calcular el tiempo para alcanzar la altura máxima y su altura máxima.
a) t = 2 s, 20.38 m   b) t = – 2s, h = 20.38 m   c) t = 2 s, h = - 20.38 m   d) t = 20 s, h = 2.3 m

14. Una pelota de golf, es lanzada con una velocidad de 40 m/s formando un ángulo de 60º. ¿Cuál es su alcance máximo horizontal?
a) $20\sqrt{3}$ m   b) $80\sqrt{3}$ km   c) $80\sqrt{3}$ m   d) $40\sqrt{3}$ m

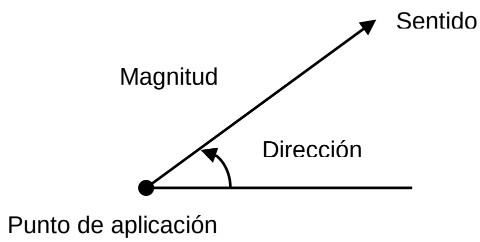
UNIDAD 3. VECTORES

3.1 Magnitud escalar y vectorial

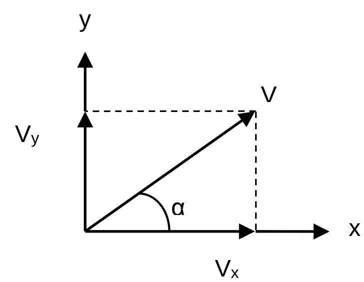
Las cantidades utilizadas en el estudio de la física se clasifican según sus características en escalares y vectoriales.

Magnitud Escalar. Es la que queda definida con sólo indicar su cantidad en número y unidad de medida.
Ejem: 5 Kg, 20ºC, 250 m^2 , 40 mg

Magnitud Vectorial. Es la que además de definir cantidad en número y unidad de medida, se requiere indicar la dirección y sentido en que actúan. Se representan de manera gráfica por vectores, los cuales deben tener:



Vectores en plano cartesiano.



Forma Rectangular

$$\vec{V} = (V_x, V_y)$$

Magnitud del vector $\vec{V}$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

donde: V = Magnitud del vector
V_x = Componente horizontal
V_y = Componente vertical
□□= Dirección del vector

Ejemplos:

a) ¿Cual es la magnitud del vector $\vec{H} = (4\,m\,,\,3\,m)$?.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
Hx = 4 m Hy = 3 m	$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}$	$H = \sqrt{(4m)^2 + (3m)^2}$	H = 5 m

b) ¿Cual es la magnitud del vector $\vec{M} = (-8\,m/s\;\;,\,6\,m/s\;)$?.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
Mx = -8 m/s My = 6 m/s	$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$	$H = \sqrt{(-8m/s)^2 + (6m/s)^2}$	H = 10 m/s

Al efectuar la suma de vectores se deben considerar tanto las magnitudes como sus direcciones. La magnitud de un vector siempre se toma como positiva.

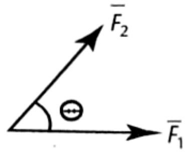
La resultante de un sistema de vectores es el vector que produce el mismo efecto que los demás vectores del sistema, por aquello que un vector resultante es aquel que es capaz de sustituir un sistema de vectores.

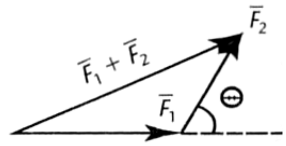
La equilibrante de un sistema de vectores, como su nombre lo indica, es el vector encargado de equilibrar el sistema, por lo tanto tiene la misma magnitud y dirección de a resultante, pero con sentido contrario.

Los métodos para encontrar la suma de vectores pueden ser gráficos y analíticos (matemáticos).

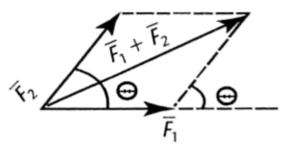
Método gráfico:

La suma geométrica de vectores.
Para realizar la suma gráfica de dos vectores, utilizamos el "método del paralelogramo". Para ello, trazamos en el extremo del vector P, una paralela al vector Q y viceversa. Ambas paralelas y los dos vectores, determinan un paralelogramo. La diagonal del paralelogramo, que contiene al punto origen de ambos vectores, determina el vector suma (la resultante)



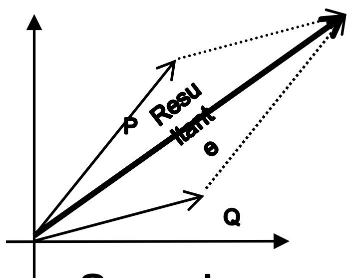


Regla del triángulo

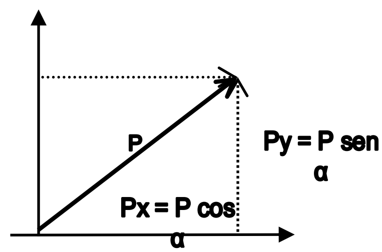


Regla del paralelogramo

Método analítico. Se descompone el vector en sus componentes rectangulares "x, y" ; aplicando las funciones trigonométricas seno y coseno. Siendo α el ángulo.



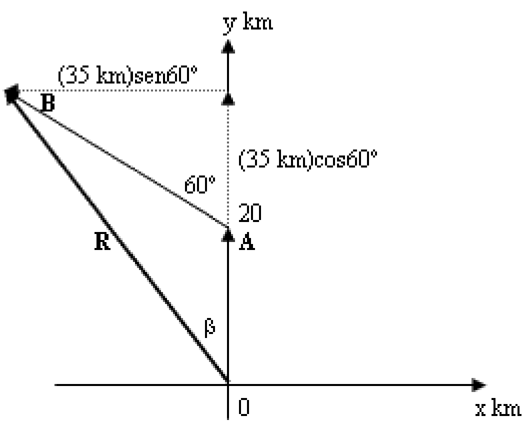
Suma de vectores



Componentes de un vector

Px = P cos α   Py = P sen α.

Ejemplo
a) Un auto recorre 20 km hacia el Norte y después 35 km en una dirección 60º al Oeste del Norte. Determine magnitud y dirección del desplazamiento resultante del auto.



R = A + B

Rx = - 35 cos 60º = $-35 * \frac{1}{2} = -17.5$ km

Ry = 35 sen 60º + 20

$= 35 * \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 = 30.31 + 20 = 50.31$ km

$$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2} = \sqrt{(-17.2)^2 + (50.31)^2} = 53.27 \text{ km}$$

El ángulo = $\tan^{-1}\left(\frac{Ry}{Rx}\right) = \frac{-17.5}{53.27} = 108.18^{o}$

UNIDAD 4. DINAMICA

4.1 Fuerza

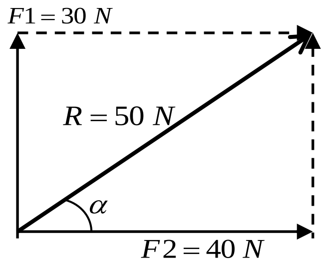
Se denomina *fuerza* a cualquier acción o influencia capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo, es decir, de imprimirle una aceleración modificando su velocidad. Para medir las fuerzas necesitamos compararlas con otra que se toma como unidad; por ello hemos de definir la Unidad de fuerza.

La unidad de fuerza del Sistema Internacional es el Newton. Cuyo símbolo es N. Para medir las fuerzas se utilizan unos instrumentos llamados dinamómetros basados en que la deformación producida por una fuerza es proporcional a dicha fuerza. La fuerza es una magnitud vectorial.

Ejemplos:

a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza resultante aplicada a un cuerpo, si ejercen en él dos fuerzas:
F1= (30 N, 90°) y F2 = (40 N, 0°)

El ángulo que se forma entre los vectores es de 90°; por lo tanto se aplica Teorema de Pitágoras para encontrar la resultante.

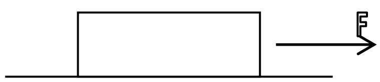


$$R = \sqrt{(F1)^2 + (F2)^2} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50N$$

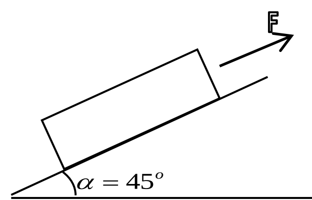
Para encontrar el ángulo que se hace la resultante:

$$\alpha = tg^{-1}\left(\frac{30}{40}\right) = 36.87^{o}$$

b) Un bloque de 100 N se desliza sobre una tabla. Calcular la fuerza que se debe aplicar al bloque para que se mueva con una velocidad constante si: a) La tabla se encuentra en posición horizontal. b) La tabla se encuentra con un ángulo de 45° respecto al suelo. Despreciando la fricción.



$a)$



$b)$

a) El ángulo es de 0°, por lo que cos 0° = 1.

F = Fx = (100 N)x(cos 0°) = 100 N

b) El ángulo es de 45°, por lo que:

sen 45° = cos 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = 0.7071

F = (P)*(sen 45) = 100 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = 70.71 N

4.2 Leyes de Newton

1ra. Ley (Ley de la inercia) . Un objeto en reposo permanece en reposo y un objeto en movimiento, continuará en movimiento con una velocidad constante a menos que se aplique una fuerza externa neta para modificar dicho estado.

La masa (m), es la medida de la inercia de un cuerpo. Su unidad de medida (Kg)

2da. Ley. La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa. Es decir si la fuerza aumenta la aceleración aumenta; pero si la masa aumenta la aceleración disminuye.

$a = \frac{F}{m}$. Cuando una fuerza neta sobre un cuerpo es cero, su aceleración es cero (a = 0).

donde: a = aceleración (m/s^2) F = Fuerza (N) m = masa (Kg)

Peso (W). Es la fuerza de atracción que ejerce la tierra, sobre cualquier cuerpo que esta sobre su superficie. El peso se mide con un dinamómetro y su unidad en el sistema internacional es el newton (N).

$$W = m \cdot g$$

3ra. Ley (ley de la acción y de la reacción). Establece que si dos cuerpos interactúan, la fuerza ejercida sobre el cuerpo 1 por el cuerpo 2 es igual y opuesta a la fuerza ejercida sobre el cuerpo 2 por el cuerpo 1.

Ejemplos:

a) ¿Cual es el valor de la fuerza que recibe un cuerpo de 30 Kg, la cual le produce una aceleración de 3 m/s^2?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
m = 30Kg a = 3 m/s^2	$F = m \cdot a$	$F = 30(3)$	$F = 90$ N

b) ¿Cuál es el peso de un cuerpo cuya masa es de 60 Kg?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
m =60 Kg g = 9.8 m/s^2	$W = m \cdot g$	$W = 60(9.8)$	$W = 588$ N

Ley de la gravitación universal. La fuerza de atracción entre dos cuerpos separados a una distancia "d", es proporcional al producto de sus masas (m1,m2) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación.

$$F = G\frac{m_1 * m_2}{d^2}$$ $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N*m^2/Kg^2$. Constante de la gravitación universal.

Ley de Hook. Establece que la deformación *s* de un cuerpo, respecto a su longitud sin carga, es directamente proporcional a la fuerza deformadora F. La constante *k*, o relación entre la fuerza y la deformación, se denomina modulo de elasticidad y se expresa en newtons por metro, en dinas por centímetro. Su valor es numéricamente igual al de la fuerza que se requiere para producir una deformación unidad.

$$F = k*s$$

4.3 Equilibrio rotacional

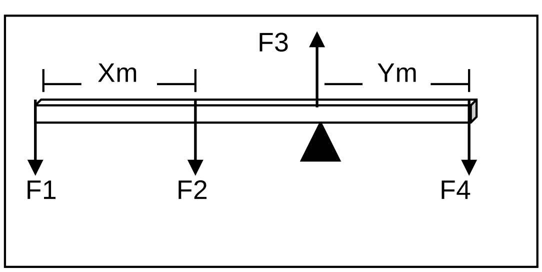
Momento de torsión se puede definir como la tendencia a producir un cambio en el movimiento de rotación y queda definida por la siguiente ecuación:

$$M = F \cdot d$$

M = momento de torsión. (Nm)
F= fuerza. (N)
d= brazo de palanca. (m)

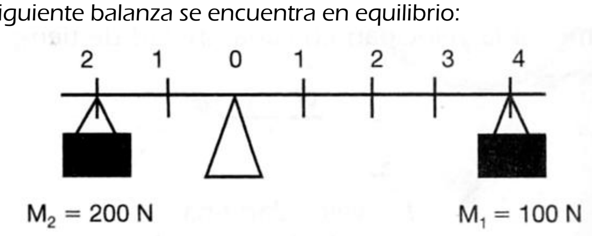
El ***brazo de la palanca (d)*** se define como la distancia, medida perpendicularmente a la línea de acción de la fuerza dada para causar un movimiento de rotación.

Si la fuerza F tiende a producir una rotación contaría al movimiento de las manecillas del reloj, el momento de rotación resultante será considerado positivo. Los momentos de torsión en el sentido de las manecillas del reloj serán negativas A continuación se muestran algunos ejemplos de brazos de palancas.



Ejemplo:

a) Comprobar que la siguiente balanza se encuentra en equilibrio:



$M_2 = 2(200) = 400$ N•m $M_1 = 4(100) = 400$ N•m

Como los dos momentos torsionales son iguales, por lo tanto el sistema se encuentra en equilibrio.

Cuestionario II

1. Una cantidad escalar queda definida por:
a) Su unidad b) Su dirección y magnitud c) Un número y una unidad d) Su dirección y sentido

2. Dados dos fuerzas F1 y F2, especificar el ángulo que deberán formar los vectores para que la magnitud de su suma sea mayor.
a) 180° b) 45° c) 0° d) 90°

3. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la masa es correcta?
a) La masa es una cantidad vectorial b) La masa es una fuerza c) Es la medida cuantitativa de la inercia de un objeto d) Ninguna es correcta

4. Un cuerpo de masa m recibe una fuerza F y adquiere una aceleración a. Si la masa del cuerpo se reduce a la mitad y recibe la misma fuerza, entonces la aceleración:
a) Se reduce a la mitad b) Permanece constante c) Aumenta cuatro veces d) Se duplica

5. Si dos cuerpos de igual masa reciben fuerzas resultantes diferentes, de forma tal que la aceleración del primero es $3m/s^2$ y la del segundo es $1.5\ m/s^2$, entonces podemos concluir que la fuerza resultante sobre el primero es…
a) El doble de la del segundo b) La mitad que la del segundo c) Igual en ambos caso d) No se puede saber, pues no se conoce el valor de la masa

6. La fuerza….
a) Es la capacidad de realizar trabajo b) Es el resultado de la aplicación de energía c) Es una magnitud escalar d) Es una magnitud vectorial

7. ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?
a) La fuerza de acción aparece primero y después la reacción b) La fuerza de acción y reacción aparecen en el mismo cuerpo c) La fuerza de acción y reacción son de igual magnitud, igual dirección y sentido d) Ninguna es correcta

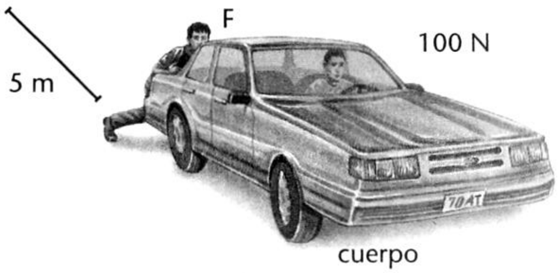
8. Se tienen dos masa m1 y m2 separadas una distancia d. Si esta distancia de separación se reduce a la mitad, la fuerza de gravitación se…
a) Cuadriplica b) Duplica c) Reduce a la mitad d) Se mantiene constante

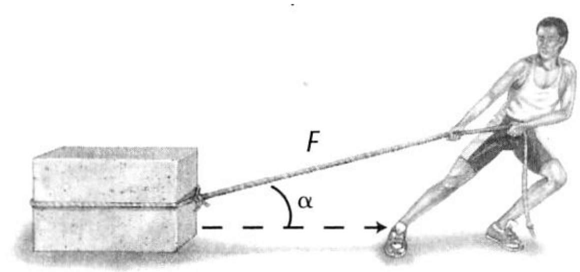
9. El peso de un cuerpo en la Tierra es de 60 N y su peso en una estrella de radio igual al de la Tierra es de 180 N, por lo que podemos concluir que la masa de la estrella es ____________ la masa de la tierra
a) Igual a b) El doble de c) El triple de d) El cuádruplo de

UNIDAD 5. TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA

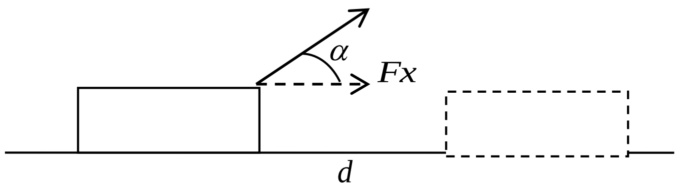
5.1 Trabajo mecánico

Es el producto de la componente de la fuerza en la dirección del movimiento por la distancia que recorre el cuerpo. Es una magnitud escalar; y se representa con la letra T.





$T = F \cdot d$ $\qquad\qquad$ $T = F \cdot d \cdot \cos\alpha$



T = Trabajo (J)
F = Fuerza (N)
d = Desplazamiento (m)

La unidad básica de trabajo en el Sistema Internacional es newton × metro y se denomina joule, y es la misma unidad que mide la energía.

Ejemplos:

a) ¿Cual es el trabajo efectuado sobre un cuerpo, si al aplicarle una fuerza horizontal de 100 N se desplaza 5 m?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
F = 100 N d = 5 m	$T = F \cdot d$	$T = 100(5)$	$T = 500$ J

b) ¿Qué trabajo se realiza al levantar un cuerpo de 900 N desde el suelo hasta 3 m de altura?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
F = W =900 N d = 3 m	$T = F \cdot d$	$T = 900(3)$	$T = 2700$ J

5.2 Potencia

Es la rapidez con la que realiza un trabajo.

$$P = \frac{\text{Trabajo}}{\text{tiempo}}, \quad P = \frac{J}{s} = \text{Watt}$$

1 kw = 1000 watts y 1 HP = 746 wattS

Ejemplos:

a) Al realizar un trabajo de 1500 J en un tiempo de 0.5 s, ¿Cuál es la potencia desarrollada?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
T = 1500 J t = 0.5 s	$P = \frac{T}{t}$	$P = \frac{1500}{0.5}$	$P = 3000$ watts

b) ¿En cuanto tiempo se desarrolla un trabajo de 2400 J, con un motor de 800 watts de potencia?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado

T =2400 J P = 800 watts	$t = \frac{T}{P}$	$t = \frac{2400}{800}$	t = 3 s

5.3 Energía Cinética y Potencial.

La energía es la capacidad de efectuar un trabajo. Sus unidades son los joules (J) y las calorías (cal).
Energía cinética. Es la energía que posee un cuerpo en movimiento (Joules)

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

m = masa del cuerpo (Kg)

v = velocidad (m / s)

Energía potencial. Es la energía que tiene un cuerpo de acuerdo a su posición. (Joules)

$$Ep = mgh$$

m = masa del cuerpo (Kg)
g = gravedad (9.8 m/s^2)
h = altura (m)

Energía mecánica. A la suma de las energías cinética y potencial:

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{constante}$$

Ley de la Conservación de la Energía. La energía que existe en el Universo es una cantidad constante que no se crea ni se destruye, unicamente se transforma.

Ejemplos:
a) El profesor de física puede alcanzar una velocidad de 10m/s. Si su masa es de 60 kg. ¿Cuál es su energía cinética?

Datos	Fórmula	Sustitución	Cálculos	Resultado
m = 60kg v = 10m/s	$Ec = \frac{1}{2}mv^2$	$Ec = \frac{1}{2} * 60 * 10^2$	$Ec = \frac{1}{2} * 6000$	Ec = 3000 J

b) ¿A qué altura se encuentra una paloma en reposo que tiene una masa 0.5 kg y cuya energía potencial es de 500 J?

Datos	fórmula	Sustitución	Cálculos	Resultado
m = 0.5 kg Ep = 500 J g = 10 m/s	Ep = mgh	$h = \frac{Ep}{m * g}$	$h = \frac{500}{0.5 * 10}$	h = 100m

5.4 Colisiones

La cantidad de movimiento, momento lineal o ímpetu (momentum), es una magnitud vectorial igual al producto de la masa del cuerpo multiplicada por su velocidad en un instante determinado.

$$P = mv$$

Conservación del ímpetu. El ímpetu total antes del impacto es igual al ímpetu total después del impacto:

$$m1u1+m2u2 = m1v1 + m2v2.$$

Antes de la colisión *Después de la colisión*

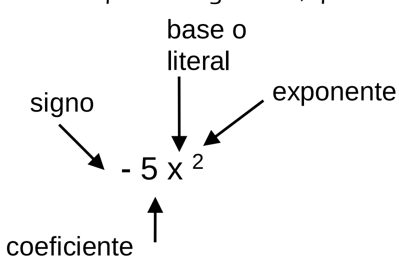
MATEMÁTICAS

MATEMATICAS

UNIDAD 1. ALGEBRA

1.1 Propiedades y Definiciones

Término Algebraico.- Es la expresión algebraica, que se compone de: signo, coeficiente, base ó literal y exponente.



Término Semejante.- Es la expresión algebraica, que se compone de misma base y mismo exponente, aunque su signo y coeficiente sean diferentes.

Ejem:	$4x^3$	es semejante a	$-5x^3$
Ejem:	$-\frac{4}{7}a^3b^2$	es semejante a	$\frac{5}{3}a^3b^2$

Clasificación de Términos Algebraicos.- Se clasifican según su número de términos, de la siguiente manera:

Monomio	= un solo término	Ejem: $3x^3$
Binomio	= dos términos	Ejem: $-7x^2+3x$
Trinomio	= tres términos	Ejem: $2x^2+3x-9$
Polinomio	= 2 ó más términos	Ejem: $2x^3+4x^2-5x-8$

1.2 Leyes de los signos

Suma y Resta:

$$\left.\begin{array}{l}(+)+(+)=+\\(-)+(-)=-\end{array}\right\}\ \text{Signos iguales, conservan su signo y se suman}$$

Ejem: $+4+8=12$ Ejem: $-3-18=-21$

Ejem: $+3x+10x=13x$ Ejem: $-8y^2-12y^2=-20y^2$

$$\left.\begin{array}{l}(+)+(-)\\(-)+(+)\end{array}\right\}\ \text{Signos diferentes, signo del mayor y se resta el mayor menos el menor}$$

Ejem: $+12-22=-10$ Ejem: $-3+18=+15$

Ejem: $+15x-20x=-5x$ Ejem: $-5y^2+12y^2=+7y^2$

Multiplicación y División:

$$\left.\begin{array}{l}(+)\cdot(+)=+\\(-)\cdot(-)=+\end{array}\right\}\ \text{Signos iguales, siempre es } +$$

$$\left.\begin{array}{l}(+)\cdot(-)=-\\(-)\cdot(+)=-\end{array}\right\}\ \text{Signos diferentes, siempre es } -$$

Ejem: $+12(+5)=+60$ Ejem: $-3(-5)=+15$

Ejem: $+8(-4)=-32$ Ejem: $-9(+6)=-54$

1.3 Signos de Agrupación

Definición.- Son los signos que nos sirven para agrupar términos u operaciones entre ellos, los principales son:

$(\ )$ Paréntesis $[\ ]$ Corchete $\{\ \}$ Llave

Cuando se aplican en operaciones, el objetivo es suprimirlos multiplicando por el término ó signo que le antecede. Si en una expresión matemática existen varios signos de agrupación, se procede a eliminarlos de adentro hacia fuera.

Ejem:

$$\begin{aligned}&4-(-3+5)\\&=4-(+2)\\&=4-2\\&=2\end{aligned}$$

Ejem:

$$\begin{aligned}&-7+[-4(-3+8)+7]\\&=-7+[-4(+5)+7]\\&=-7+[-20+7]\\&=-7+[-13]\\&=-7-13\\&=-20\end{aligned}$$

Ejem:

$$\begin{aligned}&9-4\{x-[2x(x-6)-x(3x+1)]\}\\&=9-4\{x-[2x^2-12x-3x^2-x]\}\\&=9-4\{x-[-x^2-13x]\}\\&=9-4\{x+x^2+13x\}\\&=9-4\{x^2+14x\}\\&=9-4x^2-56x\end{aligned}$$

1.4 Evaluación de expresiones algebraicas

El valor numérico de una expresión algebraica, es el que se obtiene al sustituir las bases o literales por un valor específico.

Ejem: Si x =2 & y = -1 de la expresión: $3x^2+5xy-y^2$

sustituyendo:

$$\begin{aligned}&3(2)^2+5(2)(-1)-(-1)^2\\&=3(4)-10-(+1)\\&=12-10-1\\&=1\end{aligned}$$

Ejem: Si $a=\frac{1}{2}$ & $b=-\frac{2}{3}$ de la expresión: $2a^2+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{4}$

sustituyendo:

$$\begin{aligned}&2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{4}\\&=2\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{4}\\&=\frac{2}{4}-\frac{6}{24}-\frac{1}{4}\\&=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\end{aligned}$$

1.5 Lenguaje algebraico

Definición.- Es la forma de expresión común o coloquial que se expresa de forma algebraica.

Ejem:

Un número cualquiera	x
Un número cualquiera aumentado en dos	$x+2$
La diferencia de dos números cualquiera	$x-y$
El triple de un número disminuido en cuatro	$3x-4$
La cuarta parte de un número	$\frac{a}{4}$
Las tres cuartas partes de la suma de dos números	$\frac{3}{4}(b+c)$
La suma de tres números naturales consecutivo	$x+(x+1)+(x+2)$
Las dos quintas partes de un número disminuido en cuatro es igual a 24	$\frac{2}{5}(b-4)=24$
La suma de tres números pares consecutivos, es igual al cuádruple del menor más la mitad del mayor	$x+(x+2)+(x+4)=4x+\frac{x+4}{2}$

1.6 Leyes de los Exponentes

Multiplicación: $x^a(x^b)=x^{a+b}$ Sumar los exponentes

Ejem: $2^3(2)^2=2^{3+2}=2^5$ Ejem: $x^2(x^5)=x^{2+5}=x^7$

División: $\frac{x^a}{x^b}=x^{a-b}$ Restar los exponentes

Ejem: $\frac{2^6}{2^2}=2^{6-2}=2^4$ Ejem: $\frac{x^7}{x^2}=x^{7-2}=x^5$

Potencia : $(x^a)^b=x^{ab}$ Multiplicar los exponentes

Ejem: $(3^3)^2=3^{3(2)}=3^6$ Ejem: $(x^5)^3=x^{5(3)}=x^{15}$

Inverso: $\frac{1}{x^a}=x^{-a}$ ó $\frac{1}{x^{-a}}=x^a$ Cambiar signo de exponente

Ejem: $\frac{1}{2^2}=2^{-2}$ Ejem: $\frac{1}{x^{-2}}=x^2$

Unitario: $x^0 = 1$ Siempre es igual a uno

Ejem: $13^0 = 1$ Ejem: $y^0 = 1$

1.7 Operaciones algebraicas

Suma y Resta.- Las operaciones algebraicas de suma ó resta, se obtienen de sumar ó restar términos semejantes.

Ejem: Sumar $3a - 5b$ & $-2a + 3b$

$$= (3a - 5b) + (-2a + 3b)$$
$$= 3a - 5b - 2a + 3b$$
$$= a - 2b$$

Ejem: Restar $(4a - 8b)$ de $(6a - 7b)$

$$= (6a - 7b) - (4a - 8b)$$
$$= 6a - 7b - 4a + 8b$$
$$= 2a + b$$

Multiplicación.- La operación algebraica de multiplicar, básicamente puede efectuarse, como sigue:

Monomio por monomio

Ejem: $(2ab^2)(3a^4bc^2)$

$$= (2)(3)\cdot(a^1)(a^4)\cdot(b^2)(b^1)\cdot(c^2)$$
$$= (6)(a^{1+4})(b^{2+1})(c^2)$$
$$= 6a^5b^3c^2$$

Monomio por polinomio

Ejem: $(-2x^2)(3x^2 + x - 2)$

$$= (-2x^2)(3x^2) + (-2x^2)(x) + (-2x^2)(-2)$$
$$= (-2)(3)\cdot(x^2)(x^2) + (-2)(1)\cdot(x^2)(x) + (-2)(-2)\cdot(x)$$
$$= (-6)(x^{2+2}) + (-2)(x^{2+1}) + (4)(x)$$
$$= -6x^4 - 2x^3 + 4x$$

Ejem: $(-4a^2b^{-6})(3a^2b^{-1} + 6a^{-3}b^2)$

$$(-4a^2b^{-6})(3a^2b^{-1}) + (-4a^2b^{-6})(6a^{-3}b^2)$$
$$(-12a^{2+2}b^{-6-1}) + (-24a^{2-3}b^{-6+2})$$
$$(-12a^4b^{-7}) + (-24a^{-1}b^{-4})$$
$$-12a^4b^{-7} - 24a^{-1}b^{-4}$$
$$-\frac{12a^4}{b^7} - \frac{24}{ab^4}$$

Polinomio por polinomio

Ejem: $(2x - 3)(x^2 - 2x + 1)$

$$= (2x)(x^2 - 2x + 1) + (-3)(x^2 - 2x + 1)$$
$$= [(2)(1)\cdot(x)(x^2) + (2)(-2)\cdot(x)(x) + (2)(1)\cdot(x)] + [(-3)(1)\cdot(x^2) + (-3)(-2)\cdot(x) + (-3)(+1)]$$
$$= [(2)(x^{1+2}) + (-4)(x^{1+1}) + (2)(x)] + [(-3)(x^2) + (+6)(x) - 3]$$
$$= 2x^3 - 4x^2 + 2x - 3x^2 + 6x - 3$$
$$= 2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$$

División.- La operación algebraica de dividir, básicamente puede efectuarse, como sigue:

Monomio entre monomio

Ejem: $\dfrac{-30a^3b^2}{12a^2b^4}$

$$=\frac{-30}{12}\left(a^{3-2}\right)\left(b^{2-4}\right)$$
$$=-\frac{5}{2}ab^{-2}$$
$$=-\frac{5a}{2b^2}$$

Ejem: $\dfrac{\left(2a^2bc^3\right)^3}{\left(3ab^2\right)^2}$

$$=\frac{2^3a^6b^3c^9}{3^2a^2b^4}$$
$$=\frac{8}{9}\left(a^{6-2}\right)\left(b^{3-4}\right)\left(c^9\right)$$
$$=\frac{8a^4b^{-1}c^9}{9}$$
$$=\frac{8a^4c^9}{9b}$$

Polinomio entre monomio

Ejem: $\dfrac{12x^3-6x^2+18x}{6x}$

$$=\frac{12x^3}{6x}+\frac{-6x^2}{6x}+\frac{18x}{6x}$$
$$=2\left(x^{3-1}\right)-1\left(x^{2-1}\right)+3\left(x^{1-1}\right)$$
$$=2x^2-x+3$$

Polinomio entre polinomio

Ejem: $\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$

$$\begin{array}{r|l}
 & x \;+\; 5 \\
x-3 & x^2+2x-15 \\
 & \ominus \quad \oplus \\
x(x-3)= & -x^2+3x \\
\hline
 & +5x-15 \\
 & \ominus \quad \oplus \\
5(x-3)= & -5x+15 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

$$\frac{x^2}{x}=+x$$

$$\frac{5x}{x}=+5$$

1.8 Radicales

Propiedades de los radicales:

Índice = potencia: $\sqrt[a]{x^a}=x^{\frac{a}{a}}=x$

Ejem: $\sqrt{4^2}=4^{\frac{2}{2}}=4$

Ejem: $\sqrt[3]{2^3}=2^{\frac{3}{3}}=2$

Índice ≠ potencia: $\sqrt[b]{x^a}=x^{\frac{a}{b}}$

Ejem: $\sqrt[3]{4^6}=4^{\frac{6}{3}}=4^2=16$

Ejem: $\sqrt[4]{2^8}=2^{\frac{8}{4}}=2^2=4$

Multiplicación con mismo índice: $\sqrt[a]{x}\cdot\sqrt[a]{y}=\sqrt[a]{xy}$

Ejem: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=4$ Ejem: $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{2\cdot 32}=\sqrt[3]{64}=4$

Ejem: $4\sqrt{28}\cdot 2\sqrt{18}=4(2)\sqrt{28(18)}=8\sqrt{7(4)\cdot 9(2)}=8\sqrt{7\cdot 2^2\cdot 3^2(2)}=8(2)(3)\sqrt{7(2)}=48\sqrt{14}$

Multiplicación con diferente índice: $\sqrt[a]{x}\cdot\sqrt[b]{y}=\sqrt[ab]{x^b y^a}$

Ejem: $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt[(3)(2)]{3^2\cdot 2^3}=\sqrt[6]{9(8)}=\sqrt[6]{72}$

Ejem: $\sqrt{5}\cdot\sqrt[4]{3}=\sqrt[(2)(4)]{5^4\cdot 3^2}=\sqrt[8]{625(9)}=\sqrt[8]{5625}$

Raíz de una raíz: $\sqrt[a]{\sqrt[b]{x}}=\sqrt[ab]{x}$

Ejem: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{30}}=\sqrt[(3)(4)]{30}=\sqrt[12]{30}$ Ejem: $\sqrt{\sqrt[5]{223}}=\sqrt[(2)(5)]{223}=\sqrt[10]{223}$

División con índices iguales: $\dfrac{\sqrt[a]{x}}{\sqrt[a]{y}}=\sqrt[a]{\dfrac{x}{y}}$

Ejem: $\dfrac{\sqrt{192}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{192}{3}}=\sqrt{64}=8$ Ejem: $\dfrac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\dfrac{250}{2}}=\sqrt[3]{125}=5$

División con índices diferentes: $\dfrac{\sqrt[a]{x}}{\sqrt[b]{y}}=\sqrt[ab]{\dfrac{x^b}{y^a}}$

Ejem: $\dfrac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{16}}=\sqrt[(2)(3)]{\dfrac{64^3}{16^2}}=\sqrt[6]{\dfrac{\left(2^6\right)^3}{\left(2^4\right)^2}}=\sqrt[6]{\dfrac{2^{18}}{2^8}}=\sqrt[6]{2^{10}}=\sqrt[3]{2^5}=2\sqrt[3]{2^2}=2\sqrt[3]{4}$

Ejem: $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[9]{125}}=\sqrt[(3)(9)]{\dfrac{5^9}{125^3}}=\sqrt[27]{\dfrac{5^9}{\left(5^3\right)^3}}=\sqrt[27]{\dfrac{5^9}{5^9}}=\sqrt[27]{5^0}=\sqrt[27]{1}=1$

Operaciones con radicales:

Suma y Resta.- Las operaciones algebraicas de suma ó resta, se obtienen de sumar ó restar radicales semejantes, es decir, con el mismo índice y la misma base, según la siguiente regla:

$$r\sqrt[n]{a}+s\sqrt[n]{a}-t\sqrt[n]{a}=(r+s-t)\sqrt[n]{a}$$

Ejem: Resolver: $8\sqrt{3}+3\sqrt{3}-9\sqrt{3}=(8+3-9)\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

Ejem: Resolver: $5\sqrt[3]{3}-6\sqrt[3]{3}+9\sqrt[3]{3}=(5-6+9)\sqrt[3]{3}=8\sqrt[3]{3}$

Ejem: Resolver: $4\sqrt{50}+5\sqrt{18}-2\sqrt{98}$

$$\begin{aligned}
&=4\sqrt{25\cdot 2}+5\sqrt{9\cdot 2}-2\sqrt{49\cdot 2}\\
&=4\sqrt{5^2\cdot 2}+5\sqrt{3^2\cdot 2}-2\sqrt{7^2\cdot 2}\\
&=4\cdot 5\sqrt{2}+5\cdot 3\sqrt{2}-2\cdot 7\sqrt{2}\\
&=20\sqrt{2}+15\sqrt{2}-14\sqrt{2}\\
&=(20+15-14)\sqrt{2}\\
&=21\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Ejem: Resolver: $2x\sqrt[3]{3x}+3\sqrt[3]{375x^4}-4\sqrt[3]{24x^4}$

$$= 2x\sqrt[3]{3x} + 3\sqrt[3]{25\cdot 15x^3x} - 4\sqrt[3]{4\cdot 6x^3x}$$
$$= 2x\sqrt[3]{3x} + 3x\sqrt[3]{5^2\cdot 5\cdot 3x} - 4x\sqrt[3]{2^2\cdot 2\cdot 3x}$$
$$= 2x\sqrt[3]{3x} + 3x\sqrt[3]{5^3\cdot 3x} - 4x\sqrt[3]{2^3\cdot 3x}$$
$$= 2x\sqrt[3]{3x} + 3\cdot 5x\sqrt[3]{3x} - 4\cdot 2x\sqrt[3]{3x}$$
$$= 2x\sqrt[3]{3x} + 15x\sqrt[3]{3x} - 8x\sqrt[3]{3x}$$
$$= 9x\sqrt[3]{3x}$$

Racionalización.- Es el convertir una fracción con denominador en forma de radical, en otra fracción equivalente, donde su denominador sea un número entero.

De un denominador monomio:

Forma: $\dfrac{y}{\sqrt[b]{x^a}}$, se multiplica por $\dfrac{\sqrt[b]{x^{b-a}}}{\sqrt[b]{x^{b-a}}}$, y se simplifica.

Ejem: $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$, se multiplica por: $\sqrt{3^{2-1}} = \sqrt{3}$, el numerador y el denominador, obteniéndose:

$$\frac{3}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

Ejem: $\dfrac{6}{\sqrt[3]{2}}$, se multiplica por: $\sqrt[3]{2^{3-1}} = \sqrt[3]{2^2}$, el numerador y el denominador, obteniéndose:

$$\frac{6}{\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{2} = 3\sqrt[3]{4}$$

De un denominador binomio:

Forma: $\dfrac{c}{a+\sqrt{b}}$, se multiplica por el conjugado del denominador $\dfrac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$, y se simplifica.

Ejem: $\dfrac{3}{1+\sqrt{3}}$, se multiplica por: $1-\sqrt{3}$, el numerador y el denominador, obteniéndose:

$$\frac{3}{1+\sqrt{3}}\cdot\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{3-3\sqrt{3}}{1^2-\sqrt{3}^2} = \frac{3-3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{3-3\sqrt{3}}{2}$$

Ejem: $\dfrac{6}{2-\sqrt{2}}$, se multiplica por: $2+\sqrt{2}$, el numerador y el denominador, obteniéndose:

$$\frac{6}{2-\sqrt{2}}\cdot\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{12+6\sqrt{2}}{2^2-\sqrt{2^2}} = \frac{12+6\sqrt{2}}{4-2} = \frac{12+6\sqrt{2}}{2} = 6+3\sqrt{2}$$

Números Imaginarios.- Es el expresado como " i ", significa la raíz cuadrada de "-1", es decir: $i = \sqrt{-1}$.

Entonces también: $i^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$

$$i^3 = i^2 i = -1i = -i$$
$$i^4 = i^2 i^2 = -1(-1) = 1$$
$$i^5 = i^2 i^2 i = -1(-1)i = i$$

Ejem: $\sqrt{-64}=\sqrt{64(-1)}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{-1}=8i$

Ejem: $\sqrt{-\frac{36}{49}}=\sqrt{\frac{36(-1)}{49}}=\sqrt{\frac{36}{49}}\cdot\sqrt{-1}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}i=\frac{6}{7}i$

Ejem: $\sqrt{-\frac{36}{49}}=\sqrt{\frac{36(-1)}{49}}=\sqrt{\frac{36}{49}}\cdot\sqrt{-1}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}i=\frac{6}{7}i$

Operaciones con números imaginarios

Suma y Resta.- Las operaciones algebraicas de suma ó resta, se obtienen aplicando:

$$ai+bi-ci+di=(a+b-c+d)i$$

Ejem: Resolver: $4\sqrt{-36}+3\sqrt{-81}-9\sqrt{-49}+7\sqrt{-25}$

$$\begin{aligned}
&=4\sqrt{36(-1)}+3\sqrt{81(-1)}-9\sqrt{49(-1)}+7\sqrt{25(-1)}\\
&=4\sqrt{36}\cdot\sqrt{-1}+3\sqrt{81}\cdot\sqrt{-1}-9\sqrt{49}\cdot\sqrt{-1}+7\sqrt{25}\cdot\sqrt{-1}\\
&=4(6)\cdot i+3(9)\cdot i-9(7)\cdot i+7(5)\cdot i\\
&=24i+27i-63i+35i\\
&=(24+27-63+35)i\\
&=23\,i
\end{aligned}$$

Ejem: Resolver: $2\sqrt{-75}+4\sqrt{-18}-\frac{1}{3}\sqrt{-36}+\sqrt{-12}$

$$\begin{aligned}
&=2\sqrt{25(3)(-1)}+4\sqrt{9(2)(-1)}-\frac{1}{3}\sqrt{36(-1)}+\sqrt{4(3)(-1)}\\
&=2\sqrt{5^2(3)}\,i+4\sqrt{3^2(2)}\,i-\frac{1}{3}\sqrt{6^2}\,i+\sqrt{2^2(3)}\,i\\
&=2(5)\sqrt{3}\,i+4(3)\sqrt{2}\,i-\frac{1}{3}(6)i+2\sqrt{3}\,i\\
&=10\sqrt{3}\,i+12\sqrt{2}\,i-2\,i+2\sqrt{3}\,i\\
&=(10+2)\sqrt{3}\,i+12\sqrt{2}\,i-2\,i\\
&=12\sqrt{3}\,i+12\sqrt{2}\,i-2\,i
\end{aligned}$$

Ejem: Resolver: $2\,i^3+4\,i^2-8i+9$

$$\begin{aligned}
&=2\,i^2 i+4\,i^2-8i+9\\
&=2\,(-1)i+4\,(-1)-8i+9\\
&=-2\,i-4-8i+9\\
&=(-2-8)i-4+9\\
&=-10\,i+5
\end{aligned}$$

1.9 Productos Notables

Definición.- Son multiplicaciones abreviadas, que sin necesidad de efectuarlas, podemos llegar a su resultado, respetando ciertas reglas para cada caso. Los principales casos son:

- Binomio al cuadrado
- Binomios conjugados
- Binomios con término común
- Binomio al cubo

Binomio al cuadrado

Regla: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Ejem: $(x+3)^2 = x^2 + 2x(3) + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$

Ejem: $(x-2)^2 = x^2 + 2x(-2) + (-2)^2$
$= x^2 - 4x + 4$

Binomios conjugados

Regla: $(a+b)\ (a-b) = a^2 + b^2$

Ejem: $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$

Ejem: $(2x+2)(2x-2) = 4x^2 - 4$

Binomios con término común

Regla: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

Ejem: $(x-5)(x+2) = x^2 + (-5+2)x + (-5)(2)$
$= x^2 - 3x - 10$

Ejem: $(x-7)(x-5) = x^2 + (-7-5)x + (-7)(-5)$
$= x^2 - 12x + 35$

Binomio al cubo

Regla: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^3 = a^2 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Ejem: $(x+4)^3 = x^3 + 3x^2(4) + 3x(4)^2 + (4)^3$
$= x^3 + 12x^2 + 3x(16) + 64$
$= x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

Ejem: $(x-2)^3 = x^3 + 3x^2(-2) + 3x(-2)^2 + (-2)^3$
$= x^3 - 6x^2 + 3x(4) - 8$
$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

1.10 Factorización

Definición.- Es la forma más simple de presentar una suma o resta de términos como un producto indicado, respetando ciertas reglas para cada caso. Los principales casos son:

- Factor común
- Diferencia de cuadrados
- Trinomio cuadrado perfecto
- Trinomio de la forma $x^2 - bx + c$
- Trinomio de la forma $ax^2 - bx + c$

Factor común

Regla:
Paso 1: Obtener el máximo común divisor (MCD)
Paso 2: Menor exponente de las literales comunes
Paso 3: Dividir cada término entre el factor común obtenido

Ejem: $4x^3 + 6x^2 - 12x$
$= 2x(2x^2 + 3x - 6)$

Ejem: $6x^3y^2 + 12x^2y^2 - 24xy^2$
$= 6xy^2(x^2 + 2x - 4)$

Diferencia de cuadrados

Regla: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

Ejem: $x^2 - 49$
$= (x+7)(x-7)$

Ejem: $9x^2 - 4y^2$
$= (3x+2y)(3x-2y)$

Trinomio cuadrado perfecto

Regla: $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

Comprobación:
2ab = 2ab

Ejem: $x^2 + 12x + 36$

$= (x+6)^2$

Comprobación

$2x(3) = 6x$

Ejem: $4p^2 - 12pq + 9q^2$

$= (2p - 3q)^2$

Comprobación

$2(2p)(-3q) = -12pq$

Trinomio de la forma x^2+bx+c

Regla: $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

Ejem: $x^2 + 8x + 15$

$= (x+5)(x+3)$

Ejem: $x^2 - 10x + 24$

$= (x-4)(x-6)$

Trinomio de la forma ax^2+bx+c

Regla: Método de tanteo

Ejem: $6\,x^2 - 5x - 6$

$$\begin{array}{lll} 2x & -3 & = -9x \\ 3x & +2 & = +4x \\ \hline & & -5x \end{array}$$

$\therefore\ (2x-3)(3x+2)$

Ejem: $2\,x^2 + 10x + 12$

$$\begin{array}{lll} 2x & +4 & = +4x \\ x & +3 & = +6x \\ \hline & & +10x \end{array}$$

$\therefore\ (2x+4)(x+3)$

Simplificación de fracciones algebraicas.- Es la aplicación de los conocimientos de productos notables y factorización, tanto en el numerador como en el denominador, se simplifica a su mínima expresión.

Suma y resta con denominadores diferentes

Ejem:

$$\frac{5a}{a^2-5a+6} + \frac{7}{a-2}$$

$$= \frac{5a}{(a-2)(a-3)} + \frac{7}{a-2}$$

$$= \frac{5a + 7(a-3)}{(a-2)(a-3)}$$

$$= \frac{5a + 7a - 21}{(a-2)(a-3)}$$

$$= \frac{12a - 21}{(a-2)(a-3)}$$

Ejem:

$$\frac{x+2}{x-3} - \frac{3-x}{x+4}$$

$$= \frac{(x+2)(x+4) - (3-x)(x-3)}{(x-3)(x+4)}$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 8 - \left(3x - 9 - x^2 + 3x\right)}{(x-3)(x+4)}$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 8 - 3x + 9 + x^2 - 3x}{(x-3)(x+4)}$$

$$= \frac{2x^2 + 17}{(x-3)(x+4)}$$

División

Ejem:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x - 3}$$

Ejem:

$$\frac{2x^2 + 2xy}{4x^2y}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x-3)}$$
$$= \frac{(x-2)}{(x+1)}$$

$$= \frac{2x(x+y)}{4x(xy)}$$
$$= \frac{x+y}{2xy}$$

Ejem:
$$\frac{a^2-9}{a^2+2a-3} \div \frac{a^2-12a+27}{a^2-10a+9}$$
$$= \frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)(a-1)} \div \frac{(a-9)(a-3)}{(a-9)(a-1)}$$
$$= \frac{a-3}{a-1} \div \frac{a-3}{a-1}$$
$$= \frac{(a-3)\,(a-1)}{(a-3)\,(a-1)}$$
$$= 1$$

Ejem:
$$\frac{4a^2}{6b^2} \div \frac{2a}{7b^3}$$
$$= \frac{4a^2(7b^3)}{2a(6b^2)}$$
$$= \frac{28a^2b^3}{12ab^2}$$
$$= \frac{7ab}{3}$$

Multiplicación

Ejem:
$$\left(\frac{a^2+9a+18}{a-5}\right)\left(\frac{5a-25}{5a+15}\right)$$
$$= \left[\frac{(a+6)(a+3)}{a-5}\right]\left[\frac{5(a-5)}{5(a+3)}\right]$$
$$= \frac{5(a+6)(a+3)(a-5)}{5(a-5)(a+3)}$$
$$= a+6$$

Ejem:
$$\left(\frac{5x+25}{14}\right)\left(\frac{7x+7}{10x+50}\right)$$
$$= \left[\frac{5(x+5)}{14}\right]\left[\frac{7(x+1)}{10(x+5)}\right]$$
$$= \frac{35(x+5)\,(x+1)}{140(x+5)}$$
$$= \frac{x+1}{4}$$

Unidad 2:

1. Al simplificar $-[x+\{-(x+y)-[-x+(y-z)-(-x+y)]-y\}]$ se obtiene:

$2y-z$ b) $-2x-z$ $2y+z$ $2x+z$ e) $2x-y$

2. Al simplificar $6a-\{2b+[3-(a+b)+(5a-2)]\}$ se obtiene:

a) $2a-b-1$ b) $b-2a$ $2a+b+1$ $2b-a-1$ e) $1-2a$

3. Al simplificar $2x-\{2y+[-4-(3x-2y)+(6x-y)]\}$ se obtiene:

a) $-x+3y+4$ b) $x-3y+4$ $-x-3y+4$ $x+3y-4$ e) $x+4$

4. ¿Cuál es el valor numérico de la expresión: $a-2(3b+c)$ cuando $a=3$, $b=-1$ y $c=-4$?

a) -17 b) 11 -11 -7 d) 17

5. Al evaluar $x=-1$, $y=-2$ de la expresión: $2y^2+5xy+x^2$, se obtiene:

a) -1 b) 8   19   18   e) 14

6. Al evaluar $a=-2$, $b=3$, $c=-1$ y $d=2$ de la expresión: $\frac{3ab-2cd}{4ac}$, se obtiene:

a) $-\frac{15}{8}$ b) $\frac{15}{8}$ $-\frac{7}{4}$ $\frac{7}{4}$ e) $-\frac{13}{8}$

7. Escoja la opción en que la frase: "La mitad de a aumentada con el producto 25 veces b" está escrita correctamente en notación matemática.

a) $\frac{a}{2}+25b$ b) $\frac{a}{2}(25b)$ c) $\frac{1}{2}a\cdot 25b$ d) $\frac{1}{2}a(25b)$ e) $\frac{1}{2}(a+25b)$

8. El perímetro de una habitación rectangular es igual a la suma del doble del largo y del doble del ancho.¿Cual expresión matemática corresponde a esta afirmación?

a) $P=\frac{A}{2}+\frac{L}{2}$ b) $P=2A+2L$ c) $P=2A-2L$ d) $P=\frac{A}{2}-\frac{L}{2}$ e) $P=A+L+2$

9. El promedio de bateo (b) de un jugador de béisbol es igual al número de hits (h) dividido entre el número de veces oficiales que batea (ba)

a) $b=\frac{h}{ba}$ b) $b=\frac{ba}{h}$ c) $b=ba(h)$ d) $b=\frac{ba(h)}{h}$ e) $b=ba\,b$

10. Si sumamos o restamos expresiones algebraicas, sus exponentes se:

a) Se suman b) Se restan c) Pasan igual d) Se dividen e) Se multiplican

11. ¿Cuál es el resultado de la siguiente suma algebraica $4x^2+5x+6$, $5x^2-7x-7$, $8x^2+2x+8$?

a) $17x^2-x-7$ b) $17x^2+x-7$ c) $17x^2-7$
d) $17x^2+7$ e) $17x^2+x+7$

12. El resultado de sumar $6x^4-10x^3-12x^2-6x+3$ con $3x^4-2x^3-6x^2+6x-7$ es:

a) $9x^4-12x^3-18x^2-4$ b) $9x^4+12x^3-18x^2+4$ c) $6x^4+12x^3+18x^2+4$
d) $9x^4-12x^3+18x^2+4$ e) $6x^4-12x^3-18x^2-4$

13. Al sumar $3x^2-3x+11$ con $-2x^2-4x-1$ se obtiene:

a) $-x^2-7x+10$ b) $3x^2+x+12$ c) $x^2-7x+10$
d) $-x^2-x-10$ e) $x^2+7x-10$

14. Al restar $2x-3y-6$ de $4x-3y+10$ se obtiene:

a) $-2x-16$ b) $6x-6y+4$ c) $2x+16$
d) $-6x+6y-4$ e) $2x-16$

15. Al restar $3x^3-7x^2+2x-12$ de $10x^3-6x^2-2x-8$ se obtiene:

a) $13x^3-13x^2-16$ b) $7x^3+x^2+4$ c) $7x^3+x^2-4x+4$
d) $-7x^3-x^2+4x-4$ e) $13x^3+13x^2+20$

16. De $5y^2+y-11$ restar $-6y^2-y+14$ se obtiene:

a) y^2-3 b) y^2-2y+3 c) $11y^2+2y-25$
d) $-11y^2-2y-25$ e) $-y^2+3$

17. De la suma de x^2+5 con $2x-6$ restar la suma de $x-4$ con $-x+6$ se obtiene:

a) x^2-2x-3 b) x^2+2x+3 c) x^2+2x-3
d) $-x^2-2x+3$ e) $-x^2-2x-3$

18. El producto de $\left(\frac{2}{5}x^2y\right)$ por $\left(-\frac{2}{3}xy\right)$ se obtiene:

a) $\frac{4}{15}x^3y^2$ b) $-\frac{4}{8}x^2y$ c) $-\frac{4}{15}x^3y^2$

d) $-\frac{6}{10}x$ e) $-\frac{6}{10}y$

19. El resultado de $(-2ab^3)\,(4a^2b^5)$ es:

a) $8a^3b^8$ b) $-2ab^2$ c) $-8a^2b^2$
d) $-2ab^2$ e) $-8a^3b^8$

20. El producto de $(-3x^2y)\,(4xy^2)(-2x^3y^4)$ es:

a) $24x^6y^7$ b) $-12x^5y^6$ c) $12x^5y^6$
d) $24x^6y^8$ e) $-24x^6y^7$

21. El resultado de multiplicar $(3ab^2)$por $(2ab+b^2)$ es:

a) $5ab^2+3ab^4$ b) $6a^2b^3+3ab^4$ c) $5ab^2-3ab^4$
d) $6a^2b^3-3ab^4$ e) $6a^2b^5$

22. El producto de $(x^2-3x+9)\,(x+3)$ es:

a) $x^3-6x^2-18x+27$ b) $x^3-2x^2-9x+27$ c) x^3-27
d) $x^3+6x^2-18x-27$ e) x^3+27

23. Al multiplicar $(4x^2-5xy-7y^2)\,(4x-6y)$ se obtiene:

a) $16x^3-44x^2y-2xy^2-42y^3$ b) $16x^3+44x^2y+2xy^2+42y^3$ c) $16x^3-44x^2y+2xy^2+42y^3$
d) $16x^3-44x^2y-2xy^2+42y^3$ e) $16x^3+44x^2y-2xy^2-42y^3$

24. ¿Cuál es el área de un local rectangular que quieren rentar si el ancho mide $(x+2)$ y el largo $(x-6)$?

a) $(x+6)(x+6)(x+2)(x+2)$ b) $(x-6)(x-6)(x+2)$ c) $(x-6)(x+2)$
d) $\frac{(x-6)}{(x+2)}$ e) $\frac{(x+2)}{(x-6)}$

25. ¿Cuál es el área de un rectángulo, si su ancho es $(-n+m)$ y su largo es $(6m-5n)$?

a) $6m^2+11mn+5n^2$ b) $6m^2-11mn-5n^2$ c) $6m^2-mn+5n^2$
d) $6m^2+mn+5n^2$ e) $6m^2-11mn+5n^2$

26. ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo lado mide (x^2-2x+1) ?

a) $x^4+4x^3-6x^2-4x-1$ b) $x^4-4x^3+6x^2-4x+1$ c) $x^4+4x^3+6x^2-4x-1$
d) $x^4+4x^3-6x^2+4x-1$ e) $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$

27. Al dividir $8m^9n^2-10m^7n^4-20m^5n^5+12m^3n^8$ entre $2m^2$ se obtiene:

a) $4m^7n^2-5m^5n^4-10m^3n^5+6mn^8$ b) $4m^7n^2+5m^5n^4-10m^3n^5-6mn^8$
c) $4m^7n^2+5m^5n^4+10m^3n^5+6mn^8$ d) $4m^7n^2-5m^5n^4+10m^3n^5+6mn^8$
e) $4m^7n^2+5m^5n^4-10m^3n^5+6mn^8$

28. El cociente de dividir $5n^2-11mn+6m^2$ entre $n-m$ es:

a) $6m-5n$ b) $5n-6m$ c) $-5n-6m$ d) $-6m-5n$ e) $-6m+5n$

29. Dividir a^4-a^2-2a-1 entre a^2+a+1

a) a^2-a-1 b) a^2+a+1 c) a^2+a-1 d) a^2-a+1 e) $-a^2+a+1$

30. El resultado de $\frac{8a^2+22a-21}{2a+7}$ es:

a) $3a+4$ b) $4a+3$ $4a+11$ $4a-3$ e) $3a-4$

31. Al simplificar $\dfrac{12x^2-16xy+5y^2}{6x-5y}$ se obtiene:

a) $2x+y$ b) $2x-5y$ c) $2y-x$ $2x-y$ e) $2y+x$

32. Al simplificar $\dfrac{a^5b^{-4}c^{-1}}{a^{-3}b^{-6}c^3}$ se obtiene:

a) $\dfrac{a^2c^2}{b^2}$ b) $\dfrac{a^8c^2}{b^{10}}$ c) $\dfrac{a^8b^2}{c^4}$ $\dfrac{a^8c^4}{b^2}$ e) $a^8b^2c^4$

33. ¿Cuál es el resultado de simplificar $(5-2i)+(6+3i)$ se obtiene:

a) $11i+1$ b) $11i-1$ c) $11-i$ d) $-1+i$ e) $11+i$

34. ¿Cuál es el resultado de simplificar $(6+3i)-(4-2i)$ se obtiene:

a) $5i-2$ b) $2i-1$ c) $2-5i$ d) $10-i$ e) $2+5i$

35. ¿Cuál es el resultado de simplificar $\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{8}i\right)+\left(-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}i\right)$ se obtiene:

a) $\dfrac{4}{5}+\dfrac{7}{8}i$ b) $\dfrac{7}{8}i-\dfrac{5}{4}$ c) $\dfrac{5}{4}-\dfrac{7}{8}i$ d) $\dfrac{5}{4}+\dfrac{7}{8}i$ e) $\dfrac{7}{8}+\dfrac{5}{4}i$

36. ¿Cuál es el resultado de simplificar $(3-2i^3)+(2+3i^4)$ se obtiene:

a) $8-2i$ b) $8i-2$ c) $5+3i$ d) $8+2i$ e) $5+i$

37. ¿Cuál es el resultado de simplificar $(1-4i^2)-(2+5i^3)$ se obtiene:

a) $7-5i$ b) $5i-3$ c) $3+5i$ d) $-1+i$ e) $1+i$

38. Al simplificar $\sqrt{64x^8y^6z^4}$ se obtiene:

a) $8x^6y^4z^2$ b) $16x^4y^2z^3$ c) $8x^4y^3z^2$ d) $32x^4y^6z^2$ e) $8x^4y^2z^2$

39. Al simplificar $5\sqrt[3]{243a^9b^6c^4}$ se obtiene:

a) $15a^6b^3\sqrt[3]{9c}$ b) $5a^{12}b^9\sqrt[3]{9c^2}$ c) $15a^2b^3\sqrt[3]{9c}$

d) $15a^3b^2c\sqrt[3]{9c}$ e) $15a^3b^2\sqrt[3]{9c}$

40. Al simplificar $\dfrac{2}{5}\sqrt[4]{625m^7n^8}$ se obtiene:

a) $2mn^2\sqrt[4]{m^3}$ b) $5mn^2\sqrt[4]{m^3}$ c) $\dfrac{1}{2}m^3n^4\sqrt[4]{5m^3n}$

d) $\dfrac{2}{5}mn^2\sqrt[4]{m^3}$ e) $mn^2\sqrt[4]{m^3}$

41. Al resolver $7\sqrt{18}+2\sqrt{50}-3\sqrt{72}$ se obtiene:

a) $6\sqrt{2}$ b) $13\sqrt{3}$ c) $13\sqrt{2}$ d) $12\sqrt{2}$ e) $14\sqrt{2}$

42. Al resolver $\sqrt[3]{432}-\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{16}$ se obtiene:

a) $6\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[3]{2}$ c) $2\sqrt[3]{2}$ d) $3\sqrt[3]{2}$ e) $4\sqrt[3]{2}$

43. Al resolver $(2\sqrt{7})(3\sqrt{5})$ se obtiene:

a) $6\sqrt{35}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{2}$ d) $21\sqrt{10}$ e) $\sqrt{2}$

44. Al resolver $\left(3\sqrt[3]{2}\right)\left(5\sqrt[3]{6}\right)\left(8\sqrt[3]{4}\right)$ se obtiene:

a) $120\sqrt[3]{6}$ b) $240\sqrt[3]{6}$ c) $240\sqrt[3]{48}$ d) $120\sqrt[3]{2}$ e) $120\sqrt[3]{4}$

45. Al desarrollar $(x+4)^2$ se obtiene:

a) $x^2+8x+16$ b) x^2+16 c) $x^2+4x+16$
d) x^2-16 e) x^2+8x

46. El equivalente a $(3x-2y)^2$ es:

a) $9x^2+6x-4y^2$ b) $9x^2+12xy+4y^2$ c) $6x^2-6xy+4y^2$
d) $9x^2-4y^2$ e) $9x^2-12xy+4y^2$

47. Al resolver $\left(7x^2-2xy\right)^2$ se obtiene:

a) $49x^4-28x^3y+4x^2y^2$ b) $49x^4-4x^2y^2$ c) $14x^4-14xy+4x^2y^2$
d) $49x^4+28x^3y-4x^2y^2$ e) $49x^4+4x^2y^2$

48. Al desarrollar $\left(\frac{5}{4}x-\frac{1}{3}\right)^2$ se obtiene:

a) $\frac{25}{16}x^2-\frac{1}{9}$ b) $\frac{25}{16}x^2+\frac{1}{9}$ c) $\frac{25}{16}x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{9}$
d) $\frac{25}{16}x^2+\frac{5}{6}x-\frac{1}{9}$ e) $\frac{25}{16}x^2-\frac{5}{12}x+\frac{1}{9}$

49. El equivalente a $(x+8)(x-8)$ es:

a) x^2-16 b) $x^2-16x+64$ c) x^2+64
d) x^2+16 e) x^2-64

50. Al resolver $\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right)$ se obtiene:

a) $\frac{4}{9}x^2-\frac{1}{4}$ b) $\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{4}$ c) $\frac{4}{9}x^2+\frac{1}{4}$
d) $\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{4}$ e) $\frac{4}{9}x^2-\frac{1}{2}$

51. Al desarrollar $(3x+4y)(3x-4y)$ se obtiene:

a) $9x^2-16y^2$ b) $6x^2-8y^2$ c) $16x^2-9y^2$
d) $16x^2+9y^2$ e) $9x^2+16y^2$

52. Al resolver $\left(4x^3y-5z\right)\left(4x^3y+5z\right)$ se obtiene:

a) $8x^6y^2-10z^2$ b) $16x^9y^2-25z^2$ c) $16x^6y^2-10z^2$
d) $8x^6y^2-25z^2$ e) $16x^6y^2-25z^2$

53. Al resolver $(x-10)(x-2)$ se obtiene:

a) $x^2-12x+20$ b) $x^2-8x-20$ c) $x^2+12x+20$
d) $x^2+8x-20$ e) $x^2+20x-12$

54. Al resolver $(x-3)(x+4)$ se obtiene:

a) x^2-x+12 b) $x^2-12x+1$ c) x^2+7x-1
d) x^2-7x+1 e) x^2+x-12

55. Al resolver $(x+6)(x+4)$ se obtiene:

a) $x^2-2x+24$ b) $x^2-10x+24$ c) $x^2+24x-10$
d) $x^2+10x+24$ e) $x^2+24x+10$

56. Al desarrollar $(x-6)^3$ se obtiene:

a) $x^3 - 18x^2 + 108x - 216$ b) $x^3 - 216$ c) $x^3 + 18x^2 - 108x + 216$
d) $x^3 + 216$ e) $x^3 - 18x^2 - 108x - 216$

57. El equivalente a $(x^2y - y^2)^3$ es:

a) $x^6y^3 + 3x^4y^4 - 3x^2y^5 - y^6$ b) $x^6y^3 - 3x^4y^4 + 3x^2y^5 + y^6$ c) $x^6y^3 - 3x^4y^4 + 3x^2y^5 - y^6$
d) $x^6y^3 - 3x^4y^4 - 3x^2y^5 - y^6$ e) $x^6y^3 + 3x^4y^4 + 3x^2y^5 + y^6$

58. Al desarrollar $(3x+2)^3$ se obtiene:

a) $27x^3 - 54x^2 + 36x + 8$ b) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 4$ c) $9x^3 + 54x^2 + 36x + 8$
d) $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$ e) $27x^3 + 12x^2 + 36x + 8$

59. Al resolver $(ab-3)^3$ se obtiene:

a) $a^3b^3 + 9a^2b^2 + 27ab - 27$ b) $a^3b^3 - 9a^2b^2 + 27ab - 27$ c) $a^3b^3 - 9a^2b^2 - 27ab - 27$
d) $a^3b^3 - 9a^2b^2 + 27ab - 9$ e) $a^3b^3 - 27$

60. Al obtener el área de un cuadrado que mide por lado $(x-6)$ resulta:

a) $x^2 - 6x - 36$ b) $x^2 - 12x - 36$ c) $x^2 - 6x + 36$
d) $x^2 - 12x + 36$ e) $x^2 + 6x - 36$

61. Al obtener el área de un rombo cuya diagonal mayor es $(x+6)$ y su diagonal menor es $(x-6)$ resulta:

a) $\frac{x^2}{2} - 18$ b) $\frac{x^2}{2} - 36$ c) $\frac{x^2}{2} + 18$
d) $\frac{x^2}{2} + 36$ e) $\frac{x^2 - 18}{2}$

62. Al obtener el área de un rectángulo cuyo base mide $(x+7)$ y su altura es de $(x-3)$ resulta:

a) $x^2 + 4x - 21$ b) $x^2 + 4x + 21$ c) $x^2 + 4x + 21$
d) $x^2 - 4x - 21$ e) $x^2 - 21x + 4$

63. Al relacionar las siguientes columnas el resultado es:

a) $(2x-3y)^2$	I) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$
b) $(x+3)^3$	II) $4x^2 - 20x + 24$
c) $(x-8)(x+8)$	III) $x^2 - 64$
d) $(2x-4)(2x-6)$	IV) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

a) a-IV, b-II, c-III, d-I b) a-IV,b-I, c-II,d-III c) a-IV,b-I,c-III,d-II d) a-I,b-IV,c-III,d-II e) a-III,b-IV,c-I,d-II

64. Al factorizar $18n^5m^4p^3 + 30n^4m^3p^5$ se obtiene:

a) $6n^5m^4p^3(3+5p)$ b) $6n^2m^4p^3(3n^3 + 5n^2p^2)$ c) $6nm^2p^2(3n^4m^2 + 5p)$
d) $6n^3mp(3n^2m^3 + 5nm^2p^3)$ e) $6n^4m^3p^3(3nm + 5p^2)$

65. Al factorizar $x^2 + x - 30$ se obtiene:

a) $(x-6)(x+5)$ b) $(x+15)(x-2)$ c) $(x+6)(x-5)$
d) $(x+2)(x-15)$ e) $(x+3)(x-10)$

66. Al factorizar $x^2 - 6x + 9$ se obtiene:

a) $(x-9)(x+1)$ b) $(x-3)(x-3)$ c) $(x+9)(x+1)$

d) $(x+3)(x-3)$ e) $(x+3)(x+3)$

67. Un equivalente de x^2+x-12 es:

a) $(x-6)(x+2)$ b) $(x-12)(x-1)$ c) $(x+3)(x-4)$

d) $(x-3)(x+4)$ e) $(x+6)(x-2)$

68. Al relacionar las siguientes columnas el resultado es:

a) $x^2-5x-36$ I) $(x-9)(x+4)$

b) $3x^2-5x-2$ II) $(2x^2-3)(2x^2+3)$

c) x^3-8 III) $(x-2)(3x+1)$

d) $4x^4-9$ IV) $(x-2)(x^2+2x+4)$

a) a-I,b-III,c-IV,d-II b) a-I,b-III,c-II,d-IV c) a-III, b-I,c-IV,d-II d) a-I,b-II,c-IV,d-III e) a-II,b-I,c-IV,d-III

69. Al simplificar $\dfrac{x+4}{x^2+6x+8}$ se obtiene:

a) $x+2$ b) $(x-2)(x+2)$ c) $\dfrac{1}{x+4}$ d) $\dfrac{1}{x-2}$ e) $\dfrac{1}{x+2}$

70. Al simplificar $\dfrac{x^2+x-2}{x^2-4x+3}$ se obtiene:

a) $\dfrac{x+2}{x-3}$ b) $\dfrac{x-2}{x+3}$ c) $\dfrac{x-1}{x-3}$ d) $\dfrac{x+2}{x-1}$ e) $\dfrac{x-3}{x+2}$

71. Al simplificar $\dfrac{x^3y-xy^3}{x^2y-xy^2}$ se obtiene:

a) $\dfrac{1}{x+y}$ b) $\dfrac{x^2-y}{x}$ c) $x-y$ d) $\dfrac{x^2-y}{x-y^2}$ e) $x+y$

72. Al simplificar $\dfrac{8x-8y}{16x-16y}$ se obtiene:

a) $\dfrac{1}{2}$ b) $\dfrac{x-y}{x}$ c) 2 d) $x-y$ e) $x+y$

73. Al simplificar $\dfrac{6x^2-3xy}{2xy^2-4x^2y}$ se obtiene:

a) $-\dfrac{3}{2y}$ b) $\dfrac{2y}{3}$ c) $-\dfrac{2y}{3}$ d) $\dfrac{-3x}{2y}$ e) $\dfrac{3}{2y}$

74. El resultado de sumar $\left(\dfrac{2x+y}{2x-y}\right)+\left(\dfrac{5x-5y}{2x-y}\right)+\left(\dfrac{y-x}{2x-y}\right)$ es:

a) $\dfrac{1}{x+y}$ b) 3 c) $\dfrac{1}{3}$ d) $\dfrac{3}{x-1}$ e) $\dfrac{1}{x-y}$

75. Al multiplicar $\left(\dfrac{9}{3x+3}\right)\left(\dfrac{x^2-1}{6}\right)$ se obtiene:

a) $\dfrac{2}{x+1}$ b) $x+1$ c) $\dfrac{x+1}{3}$ d) $\dfrac{2}{x-1}$ e) $\dfrac{x-1}{2}$

76. Al multiplicar $\left(\dfrac{8x^2+10x+3}{4x^2+4x+1}\right)\left(\dfrac{6x^2+x-1}{9x^2+9x-4}\right)$ se obtiene:

a) $\frac{4x-3}{3x+4}$ b) $\frac{x+3}{x+4}$ c) $\frac{4x+3}{3x+4}$ d) $\frac{4x-3}{3x-4}$ e) $\frac{3x+4}{4x+3}$

77. Al multiplicar $\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-5x+6}\right)\left(\frac{x^2-2x-3}{x^2-4x-5}\right)$ se obtiene:

a) $\frac{x-5}{x+3}$ b) $\frac{x+3}{x-5}$ c) $\frac{x+5}{x-3}$ d) $\frac{x-3}{x-5}$ e) $\frac{x+3}{x+5}$

78. El resultado de sumar $\left(\frac{6x}{x^2-9}\right)+\left(\frac{x}{x+3}\right)$ es:

a) $\frac{1}{x+3}$ b) $\frac{x-3}{x}$ c) $\frac{x}{x+3}$ d) $\frac{x}{x-3}$ e) $\frac{1}{x-3}$

79. El resultado de sumar $\frac{3a+2}{6a}+\frac{4a-1}{8a}$ es:

a) $\frac{a-1}{24a}$ b) $\frac{24a+5}{24a}$ c) $\frac{7a+1}{48a}$ d) $\frac{24a+5}{48a}$ e) $\frac{5}{48a}$

80. Al dividir $\left(\frac{x^2-9}{x^2+2x-3}\right)\div\left(\frac{x^2+6x-27}{x^2-10x+9}\right)$ se obtiene:

a) $\frac{x}{x+9}$ b) $\frac{x-9}{x+9}$ c) $\frac{x+9}{x-9}$ d) $\frac{9}{x-9}$ e) $\frac{x}{x-9}$

81. El resultado de $\frac{x^2+7x-18}{x^2+6x-27}\div\frac{x^2+11x+24}{x^2+5x-24}$ es:

a) $\frac{x+3}{x-2}$ b) $\frac{x-2}{x+3}$ c) $\frac{x+2}{x+3}$ d) $\frac{x+2}{x-3}$ e) $\frac{x-3}{x+2}$

82. Al resolver $\frac{6x^2-5x+1}{12x^2-x-1}\div\frac{4x^2-8x-5}{8x^2+6x+1}$ se obtiene:

a) $\frac{2x-5}{2x-1}$ b) $\frac{2x+5}{2x-1}$ c) $\frac{2x+1}{2x-5}$ d) $\frac{2x+1}{2x+5}$ e) $\frac{2x-1}{2x-5}$

<u>UNIDAD 3.</u> ECUACIONES

3.1 Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Definición.- Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas llamados miembros, donde la incógnita debe tener exponente uno y el objetivo es encontrar su valor, por lo que se deben tener las siguientes consideraciones:

1er. miembro = 2do. miembro

Operaciones Opuestas:

Suma	⇔	Resta
Multiplicación	⇔	División
Potencia	⇔	Raíz

Regla:

Cada vez que un término se mueva de un miembro a otro, debe pasar con su operación opuesta.

Ejem:

$$6x-8x=-15x-26$$
$$-2x=-15x-26$$
$$-2x+15x=-26$$
$$13x=-26$$
$$x=\frac{-26}{13}$$
$$\therefore\quad x=-2$$

Comprobación

$$6(-2)-8(-2)=-15(-2)-26$$
$$-12+16=30-26$$
$$4=4$$

Ejem: $\frac{4x}{5}-\frac{7x}{8}=\frac{9}{20}$

$$\left(\frac{4x}{5}-\frac{7x}{8}=\frac{9}{20}\right)40$$

$$32x-35x=18$$

$$-3x=18$$

$$x=\frac{18}{-3}$$

$$\therefore \quad x=-6$$

Comprobación

$$\frac{4(-6)}{5}-\frac{7(-6)}{8}=\frac{9}{20}$$

$$\frac{-24}{5}+\frac{21}{4}=\frac{9}{20}$$

$$\frac{-96+105}{20}=\frac{9}{20}$$

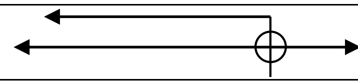
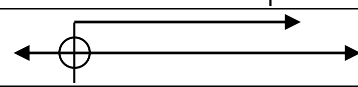
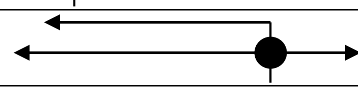
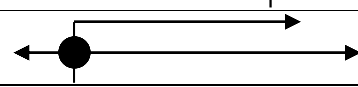
$$\frac{9}{20}=\frac{9}{20}$$

3.2 Desigualdades de primer grado con una incógnita

Definición.- Es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas llamados miembros, donde la variable debe tener exponente uno y el objetivo es encontrar su conjunto solución, se aplican básicamente las mismas reglas que para una ecuación, además de las siguientes consideraciones:

Regla: Cada vez que un término se multiplique ó divida entre un número negativo, <u>cambia</u> el sentido de la desigualdad

Signos de Desigualdad y Gráfica

< menor que no incluye a ( )	
> mayor que no incluye a ( )	
≤ menor igual que incluye a [ ]	
≥ mayor igual que incluye a [ ]	

Ejem: $3x+5<7+4x$

$$3x-4x<7-5$$

$$-x<2$$

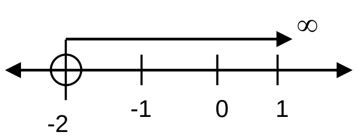
$$\therefore \quad x>-2$$

Comprobación

$$3(-2)+5=7+4(-2)$$

$$-6+5=7-8$$

$$-1=-1$$



Conjunto Solución:
$\{x / x>-2\}$ ó $(-2,+\infty)$

Ejem: $13x-15-6x\geq 7x-x$

$$7x-15\geq 6x$$

$$7x-6x\geq 15$$

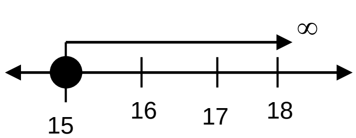
$$\therefore \quad x\geq 15$$

Comprobación

$$13(15)-15-6(15)=7(15)-15$$

$$195-15-90=105-15$$

$$90=90$$



Conjunto Solución:
$\{x / x\geq 15\}$ ó $[15,+\infty)$

3.3 Sistema de Ecuaciones (2 ecuaciones con 2 incógnitas)

Definición.- Es el llamado "Sistema de 2 ecuaciones de 1er grado con 2 incógnitas", en que el objetivo es encontrar los valores de éstas 2 variables. Existen varios métodos para su solución, entre los cuales están los llamados "Reducción" (Suma y Resta) y "Determinantes" (Regla de Kramer), que se explican a continuación:

Método de Reducción (Suma y Resta)

Regla: Eliminar una de las 2 variables multiplicando una ó las 2 ecuaciones por un factor ó factores que hagan que la suma de una de las variables sea "cero" y despejar la variable restante para obtener su valor, posteriormente sustituir el valor encontrado en una de las ecuaciones originales y obtener el valor de la segunda variable.

Ejem:

$$x - y = 5 \quad ①$$
$$3x + 2y = 5 \quad ②$$

$$2\left(x - y = 5\right)$$
$$3x + 2y = 5$$

$$2x - 2y = 10$$
$$3x + 2y = 5$$

$$5x = 15$$
$$x = \frac{15}{5}$$
$$\therefore \quad x = 3$$

Sustituyendo $x = 3$, en ①

$$3 - y = 5$$
$$-y = 5 - 3$$
$$\therefore \quad y = -2$$

Comprobación en ②

$$3(3) + 2(-2) = 5$$
$$9 - 4 = 5$$
$$5 = 5$$

Ejem:

$$5x + 2y = 2 \quad ①$$
$$4x + 3y = -4 \quad ②$$

$$-3\left(5x + 2y = 2\right)$$
$$2\left(4x + 3y = -4\right)$$

$$-15x - 6y = -6$$
$$8x + 6y = -8$$

$$-7x = -14$$
$$x = \frac{-14}{-7}$$
$$\therefore \quad x = 2$$

Sustituyendo $x = 2$, en ①

$$5(2) + 2y = 2$$
$$10 + 2y = 2$$
$$2y = 2 - 10$$
$$y = \frac{-8}{2}$$
$$\therefore \quad y = -4$$

Comprobación en ②

$$4(2) + 3(-4) = -4$$
$$8 - 12 = -4$$
$$-4 = -4$$

Método por Determinantes (Regla de Kramer)

Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_1 \end{cases}$

y sus determinantes son: $x = \dfrac{\Delta x}{\Delta} = \dfrac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$ $\qquad y = \dfrac{\Delta y}{\Delta} = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$

donde: Δ = determinante del sistema

Δx y Δy = determinantes en "x" y "y"

Ejem: $\begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ 3x + 8y = -25 \end{cases}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -25 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{4(8) - (-5)(-25)}{2(8) - 3(-5)} = \frac{32 - 125}{16 + 15} = \frac{-93}{31} = -3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}} = \frac{2(-25) - (4)(3)}{2(8) - 3(-5)} = \frac{-50 - 12}{16 + 15} = \frac{-62}{31} = -2$$

Ejem: $\begin{cases} 4x+7y=31 \\ x-3y=-16 \end{cases}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 31 & 7 \\ -16 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{31(-3)-(-16)(7)}{4(-3)-1(7)} = \frac{-93+112}{-12-7} = \frac{19}{-19} = -1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 31 \\ 1 & -16 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{4(-16)-(31)(1)}{4(-3)-1(7)} = \frac{-64-31}{-12-7} = \frac{-95}{-19} = 5$$

Problemas de Aplicación

Dentro del proceso de resolución de problemas, se pueden diferenciar seis etapas:

1. Leer el problema
2. Definir las incógnitas principales de forma precisa
3. Traducción matemática del problema
4. Resolución del problema matemático
5. Interpretar las soluciones
6. Contrastar la adecuación de esas soluciones

Ejem: En un zoológico hay aves (de dos patas) y tigres (de 4 patas). Si el zoológico contiene 60 cabezas y 200 patas, ¿cuántas aves y cuántos tigres viven en él?

Traducción matemática : $\begin{cases} a+t=60 & \text{cabezas} \\ 2a+4t=200 & \text{patas} \end{cases}$ Solución: $\begin{cases} a=20 & \text{aves} \\ t=40 & \text{tigres} \end{cases}$

Ejem: Pedro compró 2 camisas y 3 pantalones por \$850, y Francisco compró 3 camisas y 4 pantalones por \$1200, ¿cuál es el precio de una camisa y el de un pantalón?

Traducción matemática : $\begin{cases} 2c+3p=850 & \text{Pedro} \\ 3c+4p=1200 & \text{Francisco} \end{cases}$ Solución: $\begin{cases} c=\$200 & \text{camisa} \\ p=\$150 & \text{pantalón} \end{cases}$