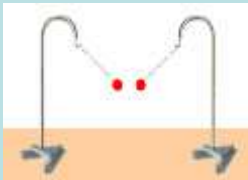
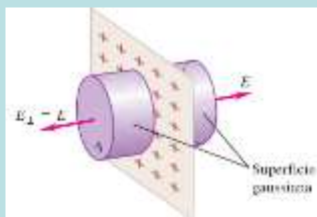
UNIVERSIDAD AUTONOMA JUAN MISAEL SARACHO
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA
CARRERA DE INGENIERIA CIVIL

FISICA III CIV 221



DOCENTE: ING. JOEL PACO S.

Capitulo III



LEY DE GAUSS

CONTENIDO

OBJETIVO

- Definir un flujo eléctrico
- Aprender a calcular la intensidad de un campo eléctrico aplicando la ley de Gauss.
- Identificar las condiciones bajo los cuales puede aplicar la ley de Gauss.

2.1. EL FLUJO DE UN CAMPO VECTORIAL Y EL FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO

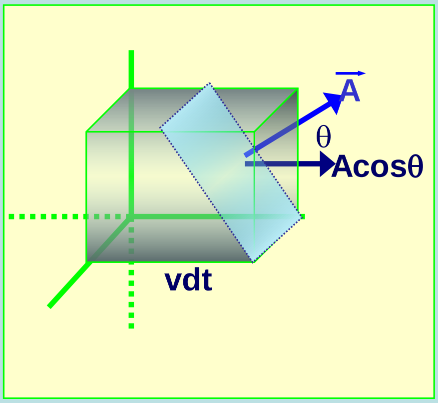
Analogía con un campo de velocidades en un fluido.

Volumen que atraviesa la superficie A en un tiempo dt

Flujo ~ Volumen por unidad de tiempo

$$V = v \cdot dt \cdot A\cos\theta = \vec{v} \cdot \vec{A} \cdot dt$$

$$\Phi = \frac{dV}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{A}$$



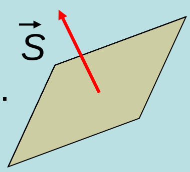
Una superficie se caracteriza con un vector perpendicular a la misma y de módulo su área.

CONCEPTO DE FLUJO DE UN CAMPO VECTORIAL

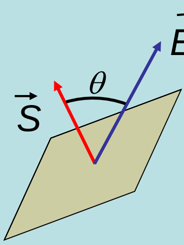
Una magnitud física... $\vec{E}$

Carácter vectorial...

Una superficie...



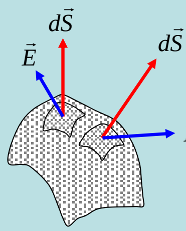
Flujo de $\vec{E}$ a través de la superficie



$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} \longrightarrow \Phi = E \cdot S \cdot \cos\theta$$

CANTIDAD ESCALAR

Definición integral

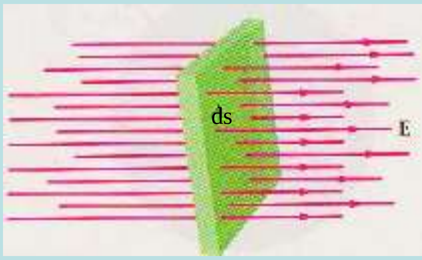


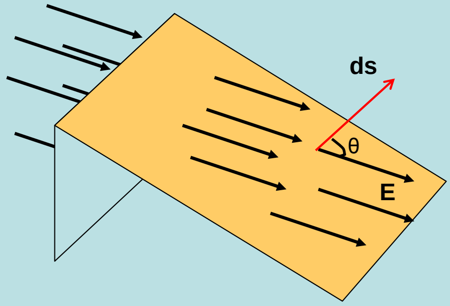
$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

EL FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO

Cantidad de líneas de campo que atraviesa la superficie ds.

.





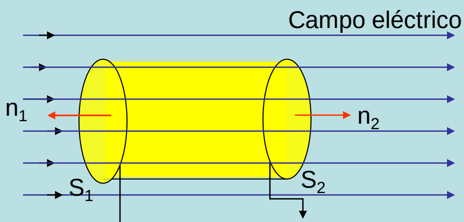
La definición general de flujo eléctrico es:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

EL FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO

El flujo eléctrico es una cantidad escalar y su signo depende de si entra o sale de la superficie.

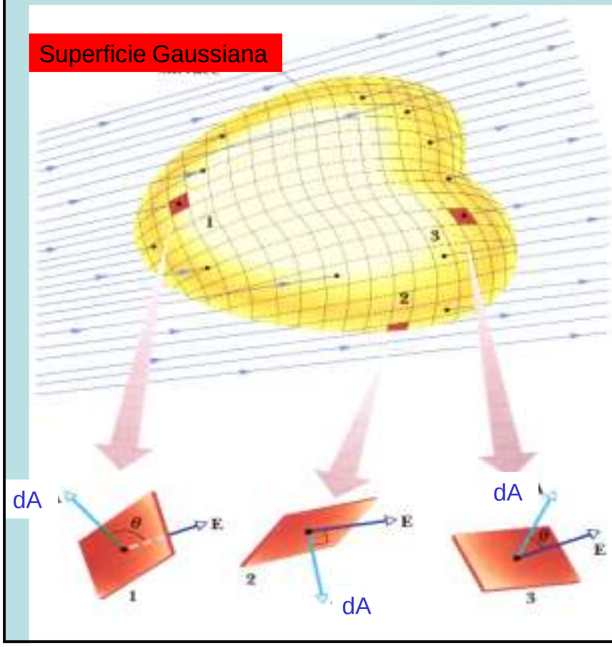
.



El flujo eléctrico en la superficie S_1 es negativo, las líneas de campo entran a la superficie

El flujo eléctrico en la superficie S_2 es positivo, las líneas de campo salen de la superficie

EL FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO



Flujo infinitesimal
→E es constante en la superficie dA

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Flujo total
→Se debe sumar (= integrar) a toda la superficie.

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Unidades

$$\Phi = \left[\frac{N}{C} m^2\right]$$

EL FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO

Si hay carga adentro, el flujo neto es proporcional a la carga neta. Mire las cuatro superficies en la figura N° 2 y es fácil entender por qué esto es así.

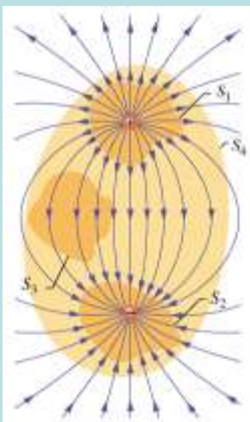


Figura N° 2

2.2. LEY DE GAUSS

El flujo del vector campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga encerrada en su interior dividida por la permitividad del medio.

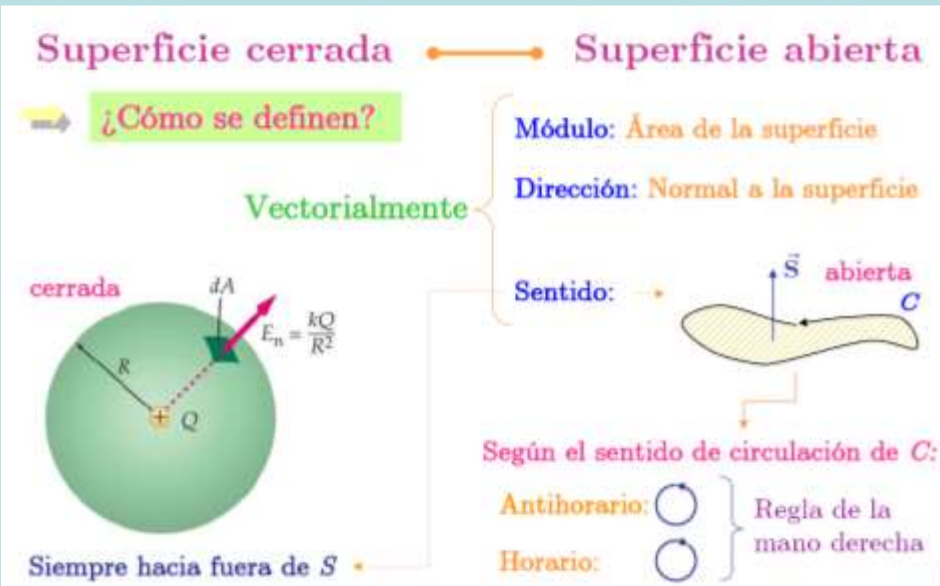
$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

La superficie gaussiana no es una superficie real (es matemática).

La ley de Gauss simplifica los cálculos de campo eléctrico en casos de gran simetría.

11

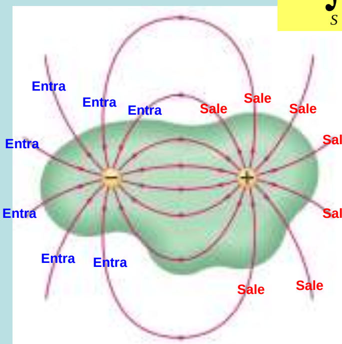
LEY DE GAUSS

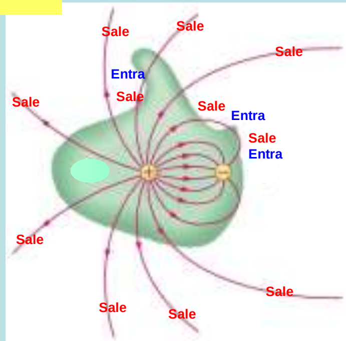


LEY DE GAUSS

El flujo neto del campo eléctrico estático a través de cualquier superficie ***cerrada*** es igual a $4\pi \cdot k$ veces el valor de la carga neta encerrada por dicha superficie.

$$\text{Flujo neto} \rightarrow \Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi \cdot k \cdot Q \leftarrow \text{Carga neta}$$

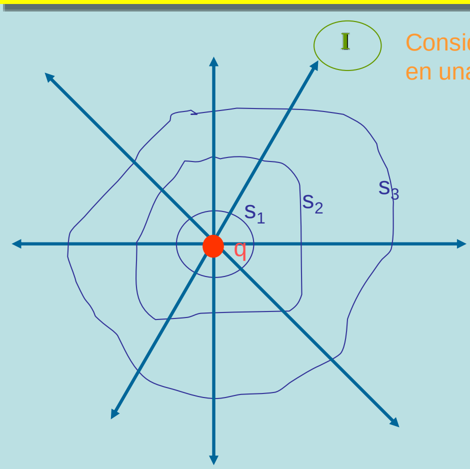




Reformulación de la ley de Gauss en términos de la ***permitividad*** del vacío ε_0

$$k = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

LA INDEPENDENCIA DE LA FORMA DE LA SUPERFICIE



Consideremos varias superficies centradas en una esférica que contiene una carga q.

El flujo a través de la superficie esférica es

$$\Phi = 4\pi k q = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

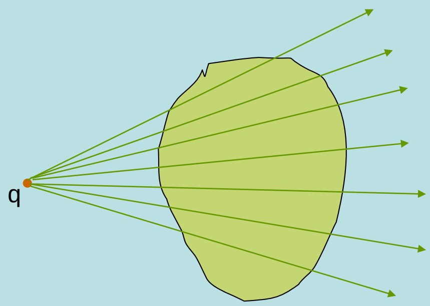
Como el número de líneas que atraviesan las tres superficies es el mismo, se cumple que

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3$$

Por lo tanto el flujo es independiente de la forma de la superficie.

II

Supongamos ahora una carga q próxima a una superficie cerrada de forma arbitraria. En este caso el número neto de líneas de campo que atraviesa la superficie es cero (entran el mismo número de líneas que salen), por lo tanto



$$\Phi = 0$$

El flujo a través de una superficie que no encierra carga es nulo.

➢Enunciado del Teorema de Gauss

El flujo eléctrico neto a través de cualquier superficie gaussiana cerrada es igual a la carga neta que se encuentre dentro de ella, dividida por la permitividad del vacío.

Esta ley sólo puede aplicarse a problemas con gran simetría.

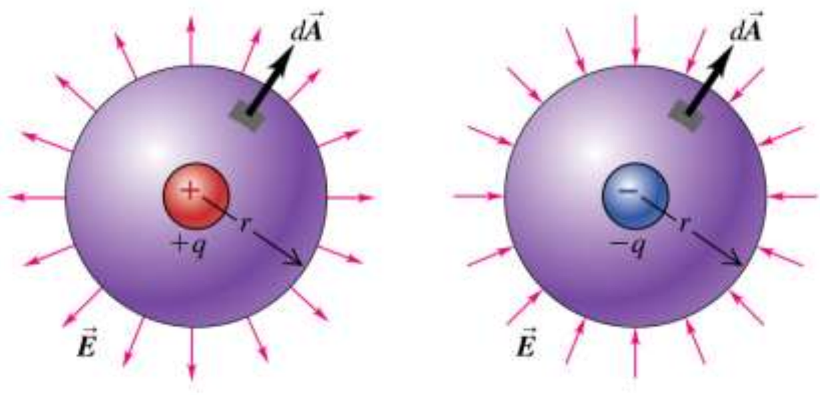
- **Procedimiento para aplicar el teorema de Gauss**

Dada una distribución de carga, buscar una superficie gaussiana que cumpla estas condiciones

- $\vec{E}$ paralelo a $d\vec{s}$
- $\vec{E}$ constante

en todos los puntos de la superficie

Superficies esfericas Gaussianas



a) carga puntual positiva

Flujo Positivo

a) carga puntual negativa

Flujo Negativo

RECETA PARA LA LEY DE GAUSS

Escoger superficie de Gauss de acuerdo a la simetría.
- Que pase por P.
- Que sea cerrada.
- Que E sea constante (por lo menos en parte) de la superficie.
- Que E sea paralela a la superficie en las partes donde no es constante.

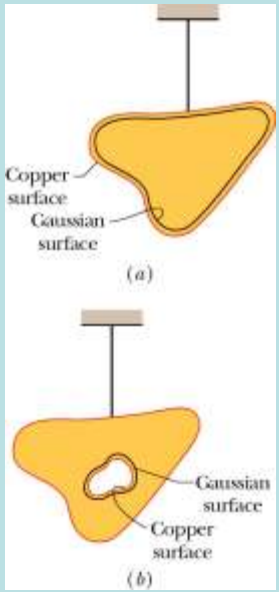
El integral sale directo a una expresión algebráica que contiene E.

Calcular q_N
- Es lo que distingue cada situación y cada región.
- Es diferente en cada región.
- A veces hay que calcular la densidad de carga. qN es el producto de densidad por el volumen de carga dentro de la superficie.

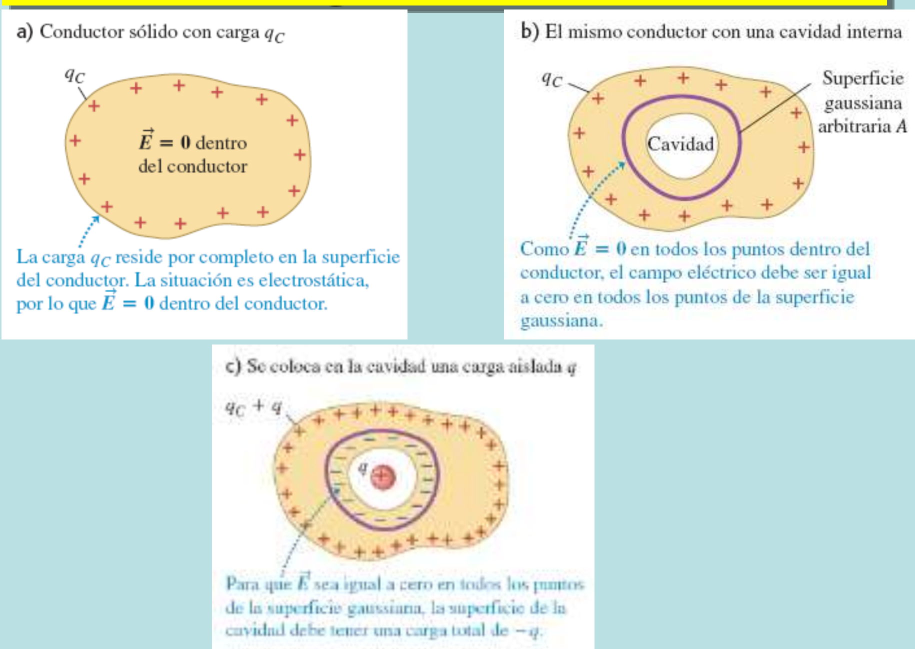
Resolver por E algebráicamente.

2.3. Conductores cargados aislados

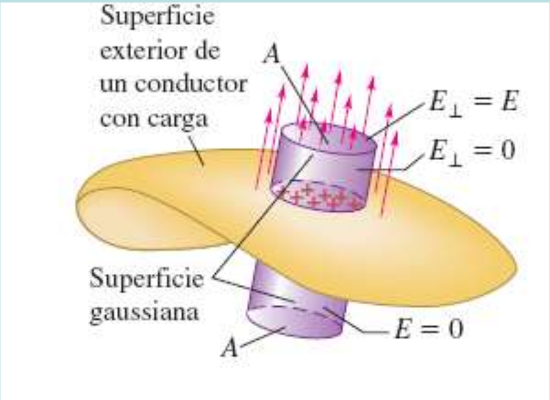
Si un exceso de cargas es colocado en un conductor aislado, esa cantidad de carga se moverá completamente a la superficie del conductor. Nada del exceso de carga se encontrara dentro del cuerpo del conductor.



Cargas en conductores



Campo en la superficie de un conductor



$$E_\perp A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \text{y} \quad E_\perp = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$ (campo en la superficie de un conductor)

2.3. Aplicaciones de la ley de Gauss

La ley de Gauss es muy útil para determinar el campo eléctrico en situaciones de alta simetría.

* Campo eléctrico de una carga puntual

* Campo eléctrico de una distribución superficial de carga sobre un plano indefinido

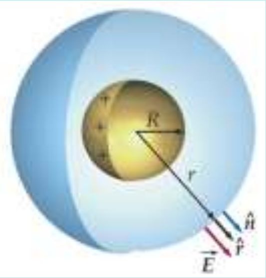
* Campo eléctrico de una distribución lineal indefinida de carga

* Campo eléctrico de una esfera dieléctrica cargada con densidad uniforme

* Campo eléctrico de una corteza conductora cargada

* Campo eléctrico en la vecindad de la superficie de un conductor

Campo eléctrico para una corteza delgada de carga

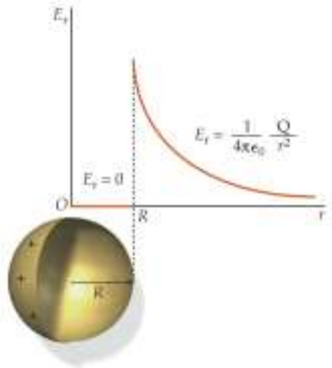


El campo eléctrico tiene simetría esférica alrededor de la distribución uniforme de carga. Consideremos una superficie esférica alrededor de la carga y centrada en ella. El módulo del campo eléctrico debe ser el mismo en todos los puntos de la superficie esférica.

$$\phi = \int_A E\, dA = E 4\pi R^2 = 4\pi\, k\, Q$$

$$E = k\frac{Q}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^2}$$

El flujo es independiente de la esfera seleccionada



Para cualquier esfera gaussiana dentro de la corteza cargada:

$$\phi = \int_A E\, dA = 0$$

$$E = 0$$

En la atmósfera terrestre el campo eléctrico es 150 N/C (dirigido hacia abajo) a 250 m de altura, y 170 N/C (dirigido hacia abajo) a 400 m de altura. Calcular la densidad volumétrica de carga en la atmósfera suponiendo que sea uniforme a estas altitudes.

FIN