# *CAPÍTULO 1*

## *EXPRESIONES ALGEBRAICAS*

El presente capítulo trata de las expresiones algebraicas y la manera como realizarlas, destaquemos la importancia de aprender bien y realizar tales operaciones. La habilidad para manipular las operaciones algebraicas, con precisión y rapidez, es un requisito primordial para progresar satisfactoriamente en las aplicaciones del algebra. Tal habilidad se adquiere principalmente por medio de la práctica. Por lo tanto, se insiste en la gran conveniencia de que el estudiante resuelva el mayor número posible de los ejercicios contenidos en este capítulo.

***Definición.-*** Una expresión algebraica es una combinación de números y letras que representan números cualesquiera.

Los siguientes enunciados son expresiones algebraicas

$$5x^2 - 7xy + 4y^3\,,\ \ 2a^4b^5\,,\ \ \frac{5xy+3z}{2a^3-c^2}$$

Término.- Es una expresión algebraica que solo contiene productos, cocientes, potencia y radical de números y letras. Los siguientes enunciados son términos algebraicos:

$$5xy^2\,,\ \ \frac{3y^4}{5x}\,,\ \ -3x^8\,,\ \ \frac{8x^3\sqrt{y}}{z}$$

Todos los términos algebraicos están compuestos por tres elementos fundamentales: el signo, el coeficiente y la parte literal (o incógnita).

Consideremos el siguiente término:

$-2a^2$ es un término negativo, su coeficiente es $-2$, la parte literal es $a^2$.

$4xy^3z^2$ es un término positivo, su coeficiente es $4$, la parte literal es $xy^3z^2$.

### 1.1 CLASES DE TERMINOS ALGEBRAICAS

Términos semejantes.- Son aquellos que solo se diferencian en su coeficiente numérico.

$$4xy^2 + 3x^2y^4 + 5 - \frac{1}{2}x^2y^4 + 18$$

Los términos $3x^2y^4$ y $-\frac{1}{2}x^2y^4$ son semejantes, así también las constantes $5$ y $18$ son semejantes.

Términos algebraicos enteros.- Un término algebraico es entero, cuando ninguna parte literal (sus letras) se encuentran dividiendo.

Los siguientes enunciados son términos algebraicos enteros

$$5xy\,,\ \ \frac{1}{7}a^2b^5c\,,\ \ \sqrt{5}u^2vz^2$$

Términos algebraicos racionales.- Un término algebraico es racional, si ninguna parte literal está afectada por un radical o un exponente fraccionario.

Los siguientes enunciados son términos algebraicos racionales

$$\frac{8x}{5y^2z^3}\,,\ \ \sqrt{5}p^3q^6\,,\ \ 15a^2b$$

## 1.2 CLASES DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Las expresiones algebraicas se clasifican de acuerdo al número de términos que tienen y estas son:

- Monomio, es la expresión algebraica de un solo término por ejemplo $3x^2$
- Binomio, es una expresión algebraica de dos términos por ejemplo $a+b$
- Trinomio, es una expresión algebraica de tres términos por ejemplo $3x^2+7xy+15y^2$
- Polinomio, son expresiones algebraicas, que contienen dos o más términos algebraicos enteros y racionales por ejemplo $3x^2-4xy-15y^2+1$

## 1.3 GRADOS ALGEBRAICOS

Grado absoluto de un monomio. - El grado absoluto (*GA*) es la suma de todos los exponentes de la parte literal del monomio.

Ejemplo Hallar el grado absoluto de los monomios

$6u^3t^4x^2$ el $GA=9$ pues: $3+4+2=9$

$-2a^{7n}b^4c^{-5n}$ el $GA=2n-4$ pues: $7n+4-5n=2n-4$

Grado relativo de un monomio. - El grado relativo (*GR*) es el exponente de cada parte literal (letra) contenida en el monomio, por tanto, un monomio tiene tantos grados relativos como variables

Ejemplo. Hallar el grado relativo del monomio $6u^9v^6$

$GR(u)=9$ (el grado relativo con respecto a la letra $u$ es $9$ )
$GR(v)=6$ (el grado relativo con respecto a la letra $v$ es $6$ )

Grado absoluto de un polinomio.- Es el mayor grado entre todos los grados absolutos de los diferentes términos del polinomio cuyo coeficiente sea distinto de cero.

Ejemplo. Hallar el grado absoluto del polinomio

$7\underbrace{x^3u^{10}}_{13}-4\underbrace{x^{12}z^5}_{17}+2\underbrace{x^{11}}_{11}$ por tanto, el $GAp=17$

Grado relativo de un polinomio.- Es el mayor exponente de una misma parte literal (letra) o variable de un polinomio.

Ejemplo. Hallar el grado relativo del polinomio $7x^3u^{10}-4x^{12}z^5+2x^{11}$

$$GR_x=12$$
$$GR_u=10$$
$$GR_z=5$$

## 1.4 OPERACIONES ALGEBRAICAS

*a) Suma de expresiones algebraicas*

Los componentes de una suma son: los sumandos y el resultado es la suma total.

*Directrices para sumar expresiones algebraicas*

1. Expresar en una fila todos los sumandos del polinomio.
2. Agrupar todos los términos semejantes.
3. Sumar o restar sus coeficientes, obteniendo la suma total.

Ejemplo. Sumar los siguientes polinomios: $7x+3y^3-4xy$ , $3x-2y^3+7xy$ , $2xy-5x-6y^3$

Solución

$$\left(7x+3y^3-4xy\right)+\left(3x-2y^3+7xy\right)+\left(2xy-5x-6y^3\right)$$

$\left(7x+3x-5x\right)+\left(3y^3-2y^3-6y^3\right)+\left(-4xy+7xy+2xy\right)$ agrupando los términos semejantes

$5x-5y^3+5xy$ suma total

Un método muy práctico consiste en:

1. Ordenar en forma descendente los polinomios con respecto a una variable.
2. Disponer las expresiones algebraicas en filas con los términos semejantes en la misma columna.
3. Sumar los coeficientes de cada término conservando su parte literal.

Ejemplo. Sumar los polinomios $a^5-a^3b^2-ab^4$ , $2a^4b+3a^2b^3-b^5$ , $3a^3b^2-4ab^4-b^5$ , $a^5+5ab^4+2b^5$

Solución

$$\begin{array}{rcccccc}
 & a^5 & & -a^3b^2 & & -ab^4 & \\
 & & 2a^4b & & +3a^2b^3 & & -b^5 \\
+ & & & 3a^3b^2 & & -4ab^4 & -b^5 \\
 & a^5 & & & & +5ab^4 & +2b^5 \\
\hline
 & 2a^5 & +2a^4b & +2a^3b^2 & +3a^2b^3 & &
\end{array}$$

Luego la suma total es: $2a^5+2a^4b+2a^3b^3+3a^2b^3$

*b) Diferencia de dos expresiones algebraicas*

Los componentes de diferencia o resta son: minuendo, sustraendo y el resultado es la diferencia.

*Directrices para la diferencia de dos expresiones algebraicas*

1. Identificar los componentes de la diferencia (minuendo y sustraendo) de acuerdo al enunciado.
2. La diferencia se lleva a cabo efectuando la suma de la expresión minuendo con la opuesta del sustraendo la cual se obtiene cambiando el signo de todos sus términos.
3. Agrupando términos semejantes.
4. Sumar o restar sus coeficientes, obteniendo como resultado la diferencia.

Ejemplo. Restar: $2x^2-3xy+5y^2$ de $10x^2-2xy-3y^2$

Solución

$\left(10x^2-2xy-3y^2\right)-\left(2x^2-3xy+5y^2\right)$ aplicando la diferencia

$10x^2-2xy-3y^2-2x^2+3xy-5y^2$ multiplicando el signo

$\left(10x^2-2x^2\right)+\left(-2xy+3xy\right)+\left(-3y^2-5y^2\right)$ agrupando términos semejantes

$8x^2+xy-8y^2$ diferencia

c) *Multiplicación de expresiones algebraicas*

Los componentes de la multiplicación son: el multiplicando, el multiplicador y el producto.

Para multiplicar expresiones algebraicas utilizáremos las leyes de los exponentes.

Sean $a$, $b \in \mathrm{R}$ y $m$, $n \in \mathrm{N}$, entonces:

$$1.\ a^m a^n = a^{m+n} \quad 2.\ \left(a^m\right)^n = a^{mn} \quad 3.\ \left(a.b\right)^n = a^n b^n$$

La multiplicación tiene los siguientes casos:

1) *Multiplicación de dos o más monomios*

*Directrices para la multiplicación de dos o más monomios*

1. Utilizamos las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación para reordenar y agrupar los factores.
2. Multiplica las variables con la misma base mediante la suma de leyes exponenciales.

Ejemplo 1. Hallar el producto $\left(\frac{2}{3}x^2y^3\right)\left(-\frac{3}{5}a^2x^4y\right)$

Solución

$\left(\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)a^2\left(x^2x^4\right)\left(yy^3\right)$ usando propiedades y agrupando factores

$$\left(\frac{2}{3}x^2y^3\right)\left(-\frac{3}{5}a^2x^4y\right) = -\frac{2}{5}a^2x^6y^4$$

Ejemplo 2. Hallar el producto $\left(a^{4m+2}\right)\left(-a^{3m+6}\right)\left(-a^{m+1}\right)$

Solución

$\left(a^{4m}a^2\right)\left(-a^{3m}a^6\right)\left(-a^m a^1\right)$ por leyes exponenciales

$a^{4m}\left(-a^{3m}\right)\left(-a^m\right)\left(a^2a^6a^1\right)$ agrupando factores

$a^{8m}a^9$ sumando los exponentes de cada factor

$$\left(a^{4m+2}\right)\left(-a^{3m+6}\right)\left(-a^{m+1}\right) = a^{8m+9}$$

2) *Multiplicación de un monomio por un polinomio*

*Directrices para la multiplicación de un monomio por un polinomio*

1. Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los términos del polinomio aplicando la ley distributiva de los números reales esto es: $a\left(b+c\right) = ab + ac$
2. Multiplicamos los signos y coeficientes de cada término.
3. Aplicamos leyes exponenciales en la parte literal de cada término.

Ejemplo 1. Hallar el producto $\frac{3}{7}x^3y^4\left(\frac{2}{9}x^4 - x^2y^2 + \frac{1}{3}y^4\right)$

Solución

$\left(\frac{3}{7}x^3y^4\right)\left(\frac{2}{9}x^4\right) + \left(\frac{3}{7}x^3y^4\right)\left(-x^2y^2\right) + \left(\frac{3}{7}x^3y^4\right)\left(\frac{1}{3}y^4\right)$ aplicando la ley distributiva

$\frac{3}{7}\left(\frac{2}{9}\right)x^7y^4 - \frac{3}{7}x^5y^6 + \frac{3}{7}\left(\frac{1}{3}\right)x^3y^8$ multiplicando signos y coeficientes

$\frac{3}{7}x^3y^4\left(\frac{2}{9}x^4 - x^2y^2 + \frac{1}{3}y^4\right) = \frac{2}{21}x^7y^4 - \frac{3}{7}x^5y^6 + \frac{1}{7}x^3y^8$

Ejemplo 2. Hallar el producto $5a^2xy^2\left(-3x^3 + 5x^2y - 7xy^2\right)$

Solución

$\left(5a^2xy^2\right)(-3x^3) + \left(5a^2xy^2\right)(5x^2y) - \left(5a^2xy^2\right)(7xy^2)$ aplicando ley distributiva

$5a^2xy^2\left(-3x^3 + 5x^2y - 7xy^2\right) = -15a^2x^4y^2 + 25a^2x^3y^3 - 35a^2x^2y^4$

3) *Multiplicación de polinomios*

*Directrices para la multiplicación de polinomios*

1. Ordenamos los polinomios con las potencias descendientes con respecto a una variable.
2. La multiplicación de dos polinomios requiere de la aplicación reiterada de la propiedad distributiva.

Ejemplo 1. Hallar el producto $\left(x^2 - 5xy - 2y^2\right)\left(-3y + 2x\right)$

Solución

$\left(x^2 - 5xy - 2y^2\right)\left(2x - 3y\right)$ ordenando los polinomios respecto a la variable $x$

$x^2\left(2x - 3y\right) + \left(-5xy\right)\left(2x - 3y\right) + \left(-2y^2\right)\left(2x - 3y\right)$ propiedad distributiva

$2x^3 - 3x^2y - 10x^2y + 15xy^2 - 4xy^2 + 6y^3$ agrupando términos semejantes.

$\left(x^2 - 5xy - 2y^2\right)\left(-3y + 2x\right) = 2x^3 - 13x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

Un método conveniente para multiplicar dos polinomios es utilizar un formato vertical semejante al empleado para la multiplicación de números naturales.

1. Ordenamos los polinomios con las potencias descendientes con respecto a una variable.
2. Situamos el multiplicando y el multiplicador en las filas
3. Colocando los productos en columna de tal manera que los términos semejantes aparezcan ordenados para facilitar la suma.

Ejemplo 1. Hallar el producto $\left(x^2 - xy + y^2\right)\left(x^2 + xy + y^2\right)$

Solución

$$
\begin{array}{l}
x^2 - xy + y^2 \\
x^2 + xy + y^2 \\
\hline
x^4 - x^3y + x^2y^2 \\
\qquad x^3y^2 - x^2y^2 + xy^3 \\
\qquad\qquad + x^2y^2 - xy^3 + y^4 \\
\hline
x^4 \qquad + x^2y^2 \qquad + y^4
\end{array}
$$

Ejemplo 2. Hallar el producto $\left(x^{n+1} + x^n + x^{n-1}\right)\left(x+1\right)$

Solución

$$
\begin{array}{l}
x^{n+1} + x^n + x^{n-1} \\
x + 1 \\
\hline
x^{n+2} + x^{n+1} + x^n \\
\qquad x^{n+1} + x^n + x^{n-1} \\
\hline
x^{n+2} + 2x^{n+1} + 2x^n + x^{n-1}
\end{array}
$$

d) *División de expresiones algebraicas*

Los componentes de la división son: dividendo, divisor, cociente y residuo.

Para dividir expresiones algebraicas utilizaremos las leyes de los exponentes.

Sean $a$, $b \in \mathrm{R}$ y $m$, $n \in \mathrm{N}$, entonces:

1. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$; $b^n \neq 0$
2. $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $n > m$, $a \neq 0$
3. $\dfrac{a^n}{a^m} = \dfrac{1}{a^{m-n}}$; $m > n$, $a \neq 0$

La división tiene los siguientes casos.

1) *División de un polinomio entre un monomio*

*Directrices para la división entre monomios*

1. Se divide cada término del polinomio entre el monomio aplicando la ley distributiva de los números racionales esto es: si $a$, $b$, $c \in \mathrm{R}$ entonces:
$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \quad \text{con} \quad c \neq 0 \ .$$
2. Simplificamos cada término aplicamos leyes de exponentes.

Ejemplo 1. Dividir: $\dfrac{-12x^4yz^4 + 3x^3y + 16xy^2}{2x^2yz}$

Solución

$$\frac{-12x^4yz^4}{2x^2yz}+\frac{3x^3y}{2x^2yz}+\frac{16xy^2}{2x^2yz} \quad \text{propiedad distributiva}$$

$$\frac{3x}{2z}+\frac{8y}{xz}-6x^2z^3 \quad \text{simplificando}$$

2) *División de dos polinomios*

La división entre polinomios tiene por objeto encontrar dos polinomios llamados cociente y residuo, partiendo de dos polinomios llamados dividendo y divisor

$$\begin{array}{r|l} \text{Dividendo} \rightarrow D(x) & d(x) \leftarrow \text{divisor} \\ \cline{2-2} \text{Resto} \rightarrow r(x) & c(x) \leftarrow \text{cociente} \end{array}$$

La identidad fundamental de la división es:

$$D(x) = d(x) \times c(x) + r(x)$$

Consideremos los aspectos:

1. Si $r(x) = 0$ entonces la división es exacta, entonces el algoritmo queda de la siguiente manera:

$$D(x) = d(x) \times c(x) \ .$$

2. Si $r(x) \neq 0$ la división es inexacta el algoritmo puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\frac{D(x)}{d(x)} = c(x) + \frac{r(x)}{d(x)}$$

*Directrices para la división de dos polinomios*

1. Se ordenan los términos de ambos polinomios dividendo y divisor según las potencias decrecientes de una de las variables comunes en los dos polinomios.
2. Se divide el primer término del dividendo con el primero del divisor, el resultado obtenido es el primer término del cociente.
3. Se multiplica el primer término del cociente por el divisor y ese producto obtenido se pone debajo del dividendo con signo cambiado.
4. Se suman los términos de cada columna, bajando el término siguiente.
5. Con el nuevo dividendo, se repite las operaciones 2 y 3 hasta que se obtenga un resto igual a cero o de grado menor que el del dividendo.

Ejemplo 1. Hallar el cociente y resto al dividir $x^2+2x^4-3x^3+x-2$ entre $x^2-3x+2$

Solución

$2x^4-3x^3+x^2+x-2$ y $x^2-3x+2$ ordenamos los polinomios según la variable $x$

$$
\begin{array}{l|l}
2x^4 - 3x^3 + x^2 + x - 2 & x^2 - 3x + 2 \\ \cline{2-2}
-2x^4 + 6x^3 - 4x^2 & 2x^2 + 3x + 6 \\ \cline{1-1}
\quad 3x^3 - 3x^2 + x & \\
\quad -3x^3 + 9x^2 - 6x & \\ \cline{1-1}
\qquad 6x^2 - 5x - 2 & \\
\qquad -6x^2 + 18x - 12 & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad 13x - 14 &
\end{array}
$$

luego $c(x) = 2x^2 - 3x + 2$ y $r(x) = 13x - 14$

Ejemplo 2. Hallar el cociente al dividir $x^{2n+4} - 3x^{2n+3} - x^{2n+2} + 5x^{2n+1} - 2x^{2n-1}$ entre $x^{n+1} - x^{n-1}$

Solución

$$
\begin{array}{l|l}
x^{2n+4} - 3x^{2n+3} - x^{2n+2} + 5x^{2n+1} - 2x^{2n-1} & x^{n+1} - x^{n-1} \\ \cline{2-2}
-x^{2n+4} \qquad\quad + x^{2n+2} & x^{n+3} - 3x^{n+2} + 2x^n \\ \cline{1-1}
\quad - 3x^{2n+3} \qquad + 5x^{2n+1} & \\
\quad 3x^{2n+3} \qquad - 3x^{2n+1} & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 2x^{2n+1} - 2x^{2n-1} & \\
\qquad\qquad -2x^{2n+1} - 2x^{2n-1} & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

luego el cociente es: $c(x) = x^{n+3} - 3x^{n+2} + 2x^n$

**1.5 EJERCICIOS PROPUESTOS**

I. Hallar el grado absoluto y relativo de los polinomios

1. $x^4y + xyz^2$

2. $5x^3y^5z^2$

3. $4x^4y^3z^5 + 8x^5y^4z^6 + 9x^6y^2z^8$

4. $\dfrac{7a^5b^5c^5d^5}{123}$

5. $\sqrt{3}xyz - 5$

II. Simplificar los resultados reduciendo términos semejantes

1. $\left(x + 3y - z\right) - \left(2y - x + 3z\right) + \left(4z - 3x + 2y\right)$ R. $3y - x$

2. $3x + 4y + 3\left[x - 2\left(y - x\right) - y\right]$ R. $12x - 5y$

3. $-\left[-3x + \left(-x - \left\{2y - 3\right\}\right)\right] + \left\{-\left(2x + y\right) + \left(-x - 3\right) + 2 - \left(x + y\right)\right\}$ R. $-4$

4. $-\left\{-\left[-\left(a + b\right)\right]\right\} - \left\{-\left(-b - a\right)\right\} - \left(a + b\right)$ R. $-3a - 3b$

III. Calcular la suma de las expresiones algebraicas

1. $2x^2 + y^2 - x + y$, $3y^2 + x - x^2$, $x - 2y + x^2 - 4y^2$ R. $2x^2 + x - y$

2. $-a^5-4a^2-5a+6$ , $a^4+a^3+6$ , $3a^2+5a-8$ , $a^5+a^6+a^2$ R. $a^6+a^4+a^3+4$

3. $m^3-n^3+6m^2n$ , $-4m^2n+5mn^2+n^3$ , $m^3-n^3+6mn^2$ , $-2m^3-2m^2n+n^3$ R. $11mn^2$

4. $-\frac{3}{5}x^4+\frac{5}{6}x^3-\frac{3}{4}x$ , $\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{8}x-3$ , $x^4-x^2+5$ R. $\frac{2}{5}x^4+\frac{3}{2}x^3-x^2-\frac{9}{8}x+2$

5. $-\frac{5}{6}x^3y-\frac{1}{4}x^2y^2+\frac{1}{7}y^4$ , $x^4+2x^2y^2+\frac{2}{7}y^4$ , $-\frac{5}{6}x^4+\frac{3}{8}x^2y^2-\frac{1}{6}xy^3-\frac{1}{14}y^4$

R. $\frac{1}{6}x^4-\frac{5}{6}x^3y+\frac{17}{8}x^2y^2-\frac{1}{6}xy^3+\frac{5}{14}y^4$

IV. Hallar la diferencia obtenida al restar la segunda expresión de la primera.

1. $3xy-2yz+4zx$ , $3zx+yz-2xy$ R. $5xy-3yz+zx$

2. $4x^2+3y^2-6x+4y-2$ , $2x-y^2+3x^2-4y+3$ R. $x^2+4y^2-8x+8y-5$

3. $-3xy^4-8x^3y^2-19y^5+18$ , $x^5-x^2y^3+6xy^4+25y^5$

R. $-x^5-8x^3y^2+x^2y^3-9xy^4-44y^5+18$

4. $\frac{3}{5}x^4+\frac{3}{4}x^3y-\frac{5}{7}xy^3+\frac{2}{3}y^4$ , $x^4+\frac{5}{8}x^2y^2-\frac{1}{3}xy^3+\frac{5}{6}y^4$ R. $-\frac{2}{5}x^4+\frac{3}{4}x^3y-\frac{5}{8}x^2y^2-\frac{8}{21}xy^3-\frac{1}{6}y^4$

5. $\frac{3}{10}m^4n^2-\frac{3}{7}m^2n^4+\frac{5}{9}n^6$ , $-\frac{2}{13}m^6+\frac{1}{3}n^6-\frac{7}{20}m^4n^2+\frac{5}{14}m^2n^4-\frac{3}{5}$

R. $\frac{2}{13}m^6+\frac{13}{20}m^4n^2-\frac{11}{14}m^2n^4+\frac{2}{9}n^6+\frac{3}{5}$

V. Hallar el producto de las expresiones algebraicas

1. $2r^2s^4$ , $r^2s+3rs^3-4rs+s^3$ R. $2r^4s^5+6r^3s^7-8r^3s^5+2r^2s^7$

2. $x-y$ , $x^3+x^2y+xy^2+y^3$ R. $x^4-y^4$

3. $3-x-y$ , $2x+y+1$ , $x-y$ R. $y^3-2y^2-3y+3x+5x^2-3xy-2x^3-x^2y+2xy^2$

4. $5x^3-9x+5$ , $4x+6$ R. $20x^4+30x^3-36x^2-34x+30$

5. $1-a$ , $1+a$ , $1+a^2$ , $1+a^4$ , $1+a^8$ R. $1-a^{16}$

6. $\frac{1}{4}a-\frac{3}{2}b$ , $\frac{1}{4}a^2-ab+\frac{2}{3}b^2$ R. $\frac{1}{16}a^3-\frac{5}{8}a^2b+\frac{5}{3}ab^2-b^3$

7. $\frac{2}{5}m^2+\frac{1}{3}mn-\frac{1}{2}n^2$ , $\frac{3}{2}m^2+2n^2-mn$ R. $\frac{3}{5}m^4+\frac{1}{10}m^3n-\frac{17}{60}m^2n^2+\frac{7}{6}mn^3-n^4$

VI. Hallar el cociente de expresiones algebraicas

1. $\frac{8x^4y^3z^2}{-4x^2y^2z}$ R. $-2x^2yz$

2. $\frac{4abx^3-8b^2x^2y}{2bx^2}$ R. $2ax-4by$

3. $\dfrac{3x^3y+16xy^2-12x^4yz^4}{2x^2yz}$ R. $\dfrac{3x}{2z}+\dfrac{8y}{xz}-6x^2z^3$

4. $\dfrac{a^5-b^5}{a-b}$ R. $a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4$

5. $\dfrac{3a^2-10ab+3b^2}{3a-b}$ R. $a-3b$

6. $\dfrac{x^6+6x^3-2x^5-7x^2-4x+6}{x^4-3x^2+2}$ R. $x^2-2x+3$

7. En una división exacta el dividendo es $x^3+3x^2y+xy^2-2y^3$ y el cociente es $x^2+xy-y^2$ hallar el divisor. R. $x+2y$

8. En una división el dividendo es $x^5+2x^4-x^3+2x^2-x+2,$ el cociente es $x^2+2x-2$ y el residuo es $3x^2+7x-4$ . Hallar el divisor. R. $x^3+x-3$

9. En una división el divisor es: $x^2+1,$ el cociente es $x^2+2x+2$ y el residuo es $-4x-1$ hallar el dividendo. R. $x^4+2x^3+3x^2-2x+1$

10. Si el dividendo es $x^4-2x^3-11x^2+30x-20$ y el divisor es $x^2+3x-2$ hallar el resto. R. $2x-8$