

## DETERMINACIÓN DE LA CORRELACIÓN ENTRE EL MÓDULO DE ROTURA Y LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DEL HORMIGÓN

BRAÑEZ CORO JUAN PABLO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ingeniero Civil, Investigador Junior, Facultad de Ciencias y Tecnología, UAJMS

Correo electrónico: ernesto-217@hotmail.com

### RESUMEN

El presente trabajo de investigación, determina de forma experimental, un modelo matemático que relaciona de forma directa el módulo de rotura y la resistencia a compresión del hormigón preparado con cemento El Puente tipo IP-30, para diseños de 180, 210, 280 y 350 Kg/cm<sup>2</sup> de resistencia, con el uso de agregados triturados, provenientes del Río Guadalquivir de la zona de San Mateo.

El trabajo de gabinete o procesamiento de datos se realizó mediante el uso del software estadístico IBM SPSS Statistics 22, además del uso del software Microsoft Excel, con los que se determinó los parámetros estadísticos de medidas de tendencia central, medidas de dispersión y otros.

A la conclusión del estudio se obtuvo un modelo matemático de tipo potencial como el que establece la normativa ACI-318.

Esta relación matemática obtenida experimentalmente para el caso particular del cemento El Puente tipo IP-30 y agregados triturados provenientes del río Guadalquivir de la zona de San Mateo y expresada por la ecuación  $Mr = 2,488\sqrt{f'c}$  esta validada por la relación planteada por la norma ACI-318, donde Mr. es la resistencia a la flexión y  $f'c$  es la resistencia a la compresión, ecuación que se encuentra dentro de los límites establecidos por dicha norma.

### ABSTRACT

This research work, establishes on an experimental basis, a mathematical model that relates directly the

modulus of rupture and compressive strength of concrete prepared with cement “El Puente” type IP-30, to designs of 180, 210, 280 and 350 Kg/cm<sup>2</sup> of compressive strength, with the use of aggregates crushed, coming of the “Guadalquivir” River in the “San Mateo” area.

The data processing work was carried out through the use of IBM SPSS Statistics 22 statistical software, plus use of the Microsoft Excel software, which determined the parameters of statistical measures of central tendency, measures of dispersion and others.

A la conclusión del estudio se obtuvo un modelo matemático de tipo potencial como el que establece la normativa ACI-318.

At the conclusion of this paper, was gotten a mathematic potential model as establishing regulations ACI-318.

Esta relación matemática obtenida experimentalmente para el caso particular del cemento El Puente tipo IP-30 y agregados triturados provenientes del río Guadalquivir de la zona de San Mateo y expresada por la ecuación  $Mr = 2,488\sqrt{f'c}$  esta validada por la relación planteada por la norma ACI-318, donde Mr. es la resistencia a la flexión y  $f'c$  es la resistencia a la compresión, ecuación que se encuentra dentro de los límites establecidos por dicha norma.

This mathematical relationship obtained experimentally for the particular case of cement the bridge type IP-30 and from crushed aggregates of the Guadalquivir River in the area of San Mateo and expressed by the equation this validated by the

linkage made by the standard ACI-318, where  $M_r$  is the resistance to bending and  $f'_c$  is the resistance to compression, equation that is within the limits established by the said standard.

## INTRODUCCIÓN

La razón por la cual el hormigón es preferido en la construcción es porque presenta características significativas de durabilidad, trabajabilidad, impermeabilidad y resistencia. La propiedad más conocida del hormigón es la resistencia a la compresión, sin embargo, el Módulo de Rotura toma un papel muy importante al momento de diseñar pavimentos u otras estructuras apoyadas sobre terrenos como losas y otros.

Tomando como punto de referencia a la ingeniería vial, se han realizado investigaciones a diferentes mezclas de hormigón empleadas para pavimentos rígidos con el fin de encontrar relaciones entre sus propiedades, como es el caso de la relación entre la resistencia a la compresión y el Módulo de Rotura (resistencia a la tracción por flexión). Actualmente, en el país son escasos los laboratorios de hormigón dedicados a obtener este tipo de información, sin embargo, para efectos de precisión en los diseños, es importante contar con información certera, es ahí donde se hace necesaria la obtención de la relación de estos dos valores por medio de ensayos.

Existen diferentes estudios realizados en diferentes países con objeto de determinar la relación existente entre estas dos variables mediante la adecuación de modelos matemáticos, tal es el caso de la norma ACI-318 en la cual se establece un modelo matemático de carácter potencial que es en el cual se hará énfasis en el presente estudio.

## JUSTIFICACIÓN

La industria del hormigón y las agencias de inspección y ensayos están mucho más familiarizados con los ensayos tradicionales a compresión de las probetas cilíndricas, para el control y la aceptación del hormigón. La flexión puede ser utilizada con propósitos de diseño, pero la resistencia a compresión correspondiente debe ser utilizada para ordenar y aceptar la mezcla.

Las necesidades de adecuar un modelo matemático que correlacione las variables de resistencia a compresión y el Módulo de Rotura se hace evidente al observar las dificultades que representa ejecutar los ensayos sin infringir la normativa estipulada para obtener resultados confiables, además de poder contar con una herramienta de mucha utilidad para estudios futuros teniendo en cuenta que se desarrollara con materiales utilizados en el medio local.

## HIPÓTESIS

La relación existente entre la resistencia a compresión y la resistencia a la tracción por flexión (Módulo de rotura) del hormigón responde a una ecuación de la forma:

$$M_r = K * f'_c{}^B$$

Con un valor para la constante de proporcionalidad  $K$  en un rango de 1,99 a 2,65 para el modelo matemático de tipo potencial.

## RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN

Para propósitos de diseño estructural, la resistencia a la compresión es el criterio de calidad y determina la aceptación o no de una mezcla elaborada, en nuestro medio es éste parámetro también es el que determina las condiciones de calidad de una mezcla de hormigón.

## RESISTENCIA A LA FLEXIÓN (MÓDULO DE ROTURA)

La resistencia a la flexión es una medida de la resistencia a tracción del hormigón. es una medida de la falla por momento de una viga o losa de hormigón no reforzada. Se mide mediante la aplicación de cargas a vigas de hormigón de 150 x 150 mm de sección transversal y con luz como mínimo tres veces el espesor. La resistencia a la flexión se expresa como módulo de rotura ( $M_r$ ).

TABLA Nº 1 Resultados de ensayos de resistencias a compresión

Nº De Ensayo	Diseño 180 kgf/cm <sup>2</sup>	Diseño 210 kgf/cm <sup>2</sup>	Diseño 280 kgf/cm <sup>2</sup>	Diseño 350 kgf/cm <sup>2</sup>
1	185	223	308	360
2	213	210	290	362
3	201	238	334	358
4	192	224	335	391
5	196	220	301	357
6	187	210	295	358
7	186	232	324	360
8	196	237	307	368
9	195	229	314	330
10	186	223	290	362
11	226	243	294	385
12	189	232	313	366
13	192	222	308	378
14	196	269	331	352
15	186	191	332	385
16	217	224	280	351
17	192	220	302	361
18	220	222	288	380
19	215	230	302	364
20	176	220	301	357
21	189	229	300	362
22	191	230	304	351
23	195	229	307	363
24	194	267	302	361
25	190	218	300	367
26	186	224	312	363
27	191	220	305	392
28	189	225	280	365
29	217	230	288	392
30	196	225	306	365

12	32	17	41	41
13	31	43	38	42
14	33	35	45	48
15	36	35	28	52
16	33	33	40	48
17	35	36	43	51
18	33	44	39	45
19	33	19	54	59
20	20	38	40	47
21	23	39	43	53
22	38	35	40	45
23	30	36	38	46
24	35	34	41	45
25	34	45	38	48
26	39	31	41	45
27	32	27	22	45
28	29	38	43	50
29	34	33	38	32
30	41	21	44	46

### ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Realizando una comparación de los datos obtenidos, tanto a compresión como a flexión, entre los resultados del total de campo muestral con el campo muestral resultado de la depuración, se observan variaciones tanto en el parámetro del promedio aritmético como también en la desviación estándar, tal como se muestra en la siguiente tabla:

TABLA Nº 3 Desviación estándar de los resultados obtenidos

RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN								
Diseño (Kg/cm <sup>2</sup> )	Experimental Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv	Experimental al Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv	Experimental al Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv	Experimental al Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv
180			210		280		350	
Total Campo Muestral	196	12	227	15	305	15	366	14
Campo Muestral Depurado	191	4	225	8	303	13	362	7
RESISTENCIA A LA FLEXIÓN								
Diseño (Kg/cm <sup>2</sup> )	Experimental Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv	Experimental al Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv	Experimental al Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv	Experimental al Promedio (Kg/cm <sup>2</sup> )	Desv
180			210		280		350	
Total Campo Muestral	33	5	35	7	41	6	47	6
Campo Muestral Depurado	34	3	36	4	41	2	47	3

TABLA Nº 2 Resultados de ensayos de resistencias a flexión

Nº De Ensayo	Diseño 180 kgf/cm <sup>2</sup>	Diseño 210 kgf/cm <sup>2</sup>	Diseño 280 kgf/cm <sup>2</sup>	Diseño 350 kgf/cm <sup>2</sup>
1	34	39	42	48
2	32	37	37	47
3	35	40	42	48
4	36	33	40	45
5	43	38	39	51
6	34	33	41	43
7	21	40	56	47
8	33	41	43	41
9	33	35	42	58
10	39	36	42	48
11	38	35	40	32

De los resultados de resistencias a compresión y a flexión tanto del total del campo muestral como del campo muestral depurado se obtuvieron los siguientes valores promedios para cada uno de los diseños de mezclas analizadas, que se resumen en la siguiente tabla:

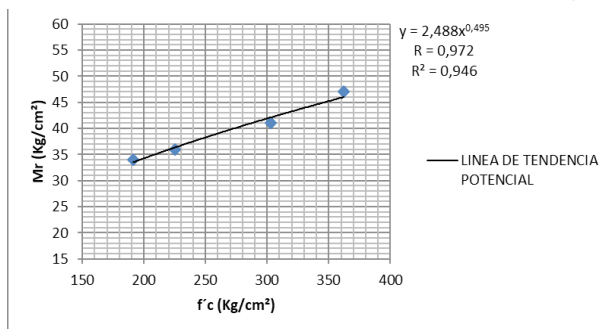
TABLA N° 4 Resistencia promedio

Resistencia De Diseño $f'c$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	Resistencia a Compresión Promedio $f'c$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	Resistencia a Flexión Promedio $M_r$ (Kg/cm <sup>2</sup> )
180	191	34
210	225	36
280	303	41
350	362	47

### DETERMINACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO POTENCIAL.

A continuación se determina el modelo matemático potencial de tipo  $M_r = k * \sqrt{f'c}$ ,  $M_r = k * \sqrt{f'c}$ , que relacione el Módulo de rotura y la resistencia a compresión del hormigón.

FIGURA N° 1 Relación potencial entre  $M_r$  vs  $f'c$



Se obtiene la siguiente ecuación potencial:

$$M_r = k * f'c^B$$

$$M_r = 2,488 * f'c^{0,495}$$

$$M_r = 2,488 * \sqrt{f'c}$$

Donde:

$M_r$  : Módulo de Rotura ( $M_r$ ).

$f'c$  : Resistencia a compresión ( $f'c$ ).

$K$  : Constante de proporcionalidad.

$B$  : Exponente de la potencia.

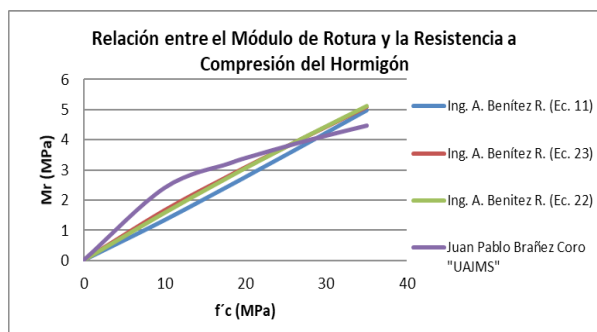
Se realiza una comparación entre los resultados obtenidos mediante el presente estudio y un caso en particular como lo es el artículo publicado por el Ing. Alberto Benítez Reynoso titulado “Relación Resistencia a tracción-Resistencia a la compresión simple en el hormigón de la carretera Tarija-Potosí”.

Dicho artículo muestra los resultados para la relación entre las variables estudiadas (resistencia a compresión y la resistencia a tracción por flexión) aplicando distintos modelos matemáticos de los cuales nos concentraremos en los modelos cuyo coeficiente de correlación reflejaron mejor relación entre las variables y principalmente en los valores para las constantes determinadas mediante el mismo modelo utilizado en el presente trabajo.

TABLA N° 5 Comparación de Resultados

FUENTE	EXPRESIONES	COMENTARIO
Ing. A. BENÍTEZ R.	$f_{tf} = 0,119 \rightarrow f'c^{1,051}$	$R = 0,821$ Ecuación 11 de la publicación Expresada en MPa
Ing. A. BENÍTEZ R.	$f_{tf} = 0,211 \rightarrow f'c^{0,895}$	$R = 0,962$ Ecuación 23 de la publicación Expresada en MPa
Ing. A. BENÍTEZ R.	$f_{tf} = \frac{1}{0,0194 + \frac{6,149}{f'c}}$	$R = 0,966$ Ecuación 22 de la publicación Expresada en MPa
JUAN PABLO BRAÑEZ C.	$M_r = 2,488 \rightarrow f'c^{0,495}$	$R = 0,966$ $180 \leq f'c \leq 350 \text{ kgf/cm}^2$
JUAN PABLO BRAÑEZ C.	$M_r = 0,770 \rightarrow f'c^{0,495}$	$R = 0,976$ Expresada en MPa

FIGURA 2 Relación entre módulos de rotura y resistencia a la compresión según tabla 5



Se puede evidenciar que los modelos determinados tanto en el artículo presentado por el Ing. Alberto Benítez Reynoso como por el determinado en éste estudio muestran variaciones respecto a la resistencia a tracción por flexión debiéndose a los valores diferenciados en las constantes de proporcionalidad determinados para los modelos esto no significa que algún modelo no muestre confiabilidad, al contrario observando los coeficientes de correlación se evidencia que todas las ecuaciones son válidas y aplicables, pudiendo ratificarse la necesidad que representa este tipo de estudio al observarse la diferencia en la que se manifiesta la correlación entre las variables en estudio.

## DISCUSIÓN

Las pruebas de normalidad aplicadas a los diferentes conjuntos de datos efectuadas mediante el software IBM SPSS Statistics 22, muestran un buen ajuste de éstos a una distribución normal, habiendo sido efectuado los test de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro Wilk para un nivel de significación del 95%

En cuanto se refiere a la relación entre la resistencia a tracción por flexión (módulo de rotura) y la resistencia a compresión del hormigón se consideró la adecuación del modelo matemático planteado por la normativa ACI-318:

Se obtuvo una ecuación de tipo  $Mr = K * \sqrt{f'c}$   $Mr = K * \sqrt{f'c}$ , para este caso la constante K obtenida mediante la regresión de tipo potencial aplicada a las medias de los conjuntos de datos tiene un valor de 2,488 teniendo la ecuación

$Mr = 2,488 * \sqrt{f'c}$   $Mr = 2,488 * \sqrt{f'c}$  que representa la relación entre ambas variables.

La norma ACI-318 sugiere que, para un hormigón de peso normal, la resistencia a flexión está entre los valores de 1,99 a 2,65 veces la raíz cuadrada de la resistencia a la compresión. El valor encontrado en este proyecto para los diseños de mezclas de 180, 210, 280 y 350 kgf/cm<sup>2</sup> se encuentran dentro del rango establecido, siendo la constante  $K = 2,488 = 2,488$

Por otra parte, analizando el coeficiente de correlación se concluye que el modelo matemático empleado muestra un grado excelente de correlación entre las variables siendo  $R = 0,972$  para la ecuación potencial, lo cual permite aceptar lo establecido en la hipótesis planteada.

Los coeficientes de determinación tienen un valor de  $R^2 = 0,946$  para el modelo matemático empleado teniendo una probabilidad de alrededor de un 95% de que el modelo no sufra variación en la confiabilidad de los resultados que pueda mostrar.

Teniendo como referencia el trabajo realizado por el Ing. Alberto Benítez Reynoso se pudo concluir que al ajustar diferentes modelos matemáticos para relacionar las variables en estudio permite tener una visión mucho más amplia del comportamiento de una variable con la otra y permite contar con información de un posible mínimo y un posible máximo valor de proporcionalidad que tendrá la resistencia a la tracción por flexión con relación a la resistencia a compresión simple.

## RECOMENDACIONES

Realizar el mismo estudio para otros casos con el fin de obtener los valores de K para los diferentes cementos utilizados en nuestro medio y contar con las fórmulas que establezcan las relaciones entre los parámetros del módulo de rotura y resistencia a la compresión del hormigón.

---

## BIBLIOGRAFÍA

- BENÍTEZ Alberto (2010). “Relación Resistencia a la Tracción-Resistencia a la Compresión Simple en el Hormigón de la Carretera Tarija-Potosí”. 21° Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, Buenos Aires.
- CAÑAS LAZO, Manuel Antonio y RETANA MARTINEZ Manuel Edgardo (1999) “Establecimiento de una Relación Entre el Módulo de Ruptura y la Resistencia a la Compresión Para Mezclas de Hormigón Hidráulico”, El Salvador.
- COMITÉ ACI 318 (2005). “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05)”, Primera Edición.
- CUADRAS, Carles M. (1990), “Problemas de Probabilidades y Estadística” Vol-1 Probabilidades, Barcelona
- GARCIA CALDERON J. Alexandra (2010). “Determinación de la Correlación Entre el Módulo de Rotura y la Resistencia a la Compresión del Concreto (caso Prevesa)”.
- GARCÍA CALLOCUNTO Carolina (2012), “Resistencia a la Flexión del Concreto”, Perú.
- GARCIA J., Esteban (2005), “Estadística Descriptiva y Nociones de Probabilidad”, España.