Ejemplo N°3.7

En la figura se muestra una cáscara esférica con una densidad volumétrica de cargas uniforme ρ=1,84 nC/m^3 radio interno a=10cm y radio externo b=2a. Determinar el módulo del campo eléctrico a) En r=0 cm b) En r=a/2 c) En r=a d) En r=1,5.a e) En r=b f) En r=3.b

Datos

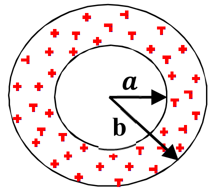
ρ= +1,84 nC/m³

a = 10 cm

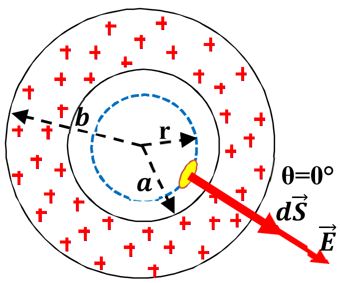
b= 20 cm

Incógnitas

a) E → r= 0 cm
b) E → r= 5 cm
c) E → r= 10 cm
d) E → r= 15 cm
e) E → r= 20cm
f) E → r= 60 cm



Para r ≤ a



Aplicando la ecuacion de gauss

$$\Phi = \oint \vec{E} \circ d\vec{s} = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

La q encerrada en la sup. gausiana es 0

$$\oint \vec{E} \circ d\vec{s} = 0$$

$$E = 0$$

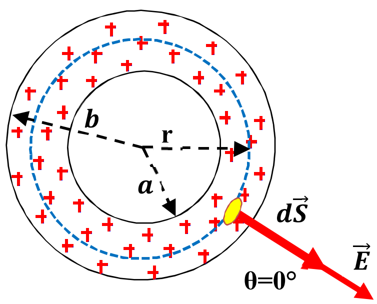
Por lo tanto para :

a) $r = 0\text{ cm} \rightarrow E = 0\text{ N/C}$

b) $r = 5\text{ cm} \rightarrow E = 0\text{ N/C}$

c) $r = 10\text{ cm} \rightarrow E = 0\text{ N/C}$

Para a ≤ r ≤ b



Aplicando la ecuacion de gauss

$$\Phi = \oint \vec{E} \circ d\vec{s} = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

$$\oint E \cdot ds \cdot \cos\theta = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

$$E \cdot \oint ds = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

Aplic. la ecuacion de ρ

$$\rho = \frac{q}{V_r}$$

$$q = \rho \cdot (V_r - V_a)$$

$$q_n = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(r^3 - a^3\right)$$

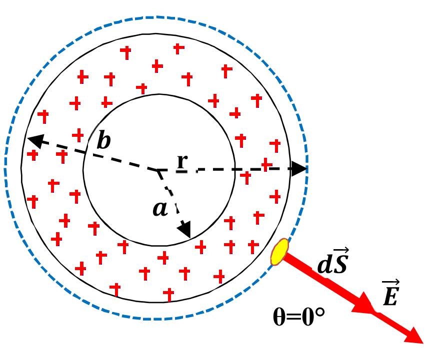
$$E \cdot A_{\otimes} = \frac{q_n}{\varepsilon_o} \rightarrow E = \frac{q_n}{\varepsilon_o \cdot A_{\otimes}} \rightarrow E = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(r^3 - a^3\right)}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_o} \rightarrow E = \frac{\rho \cdot \left(r^3 - a^3\right)}{3 \cdot r^2 \cdot \varepsilon_o}$$

Por lo tanto :

d) $r = 0{,}15\text{ m} \rightarrow E = \dfrac{1{,}84x10^{-9} \cdot \left(0{,}15^3 - 0{,}10^3\right)}{3 \cdot 0{,}15^2 \cdot 8{,}85x10^{-12}} \rightarrow E = 7{,}32\text{ N/C}$

e) $r = 0{,}20\text{ m} \rightarrow E = \dfrac{1{,}84x10^{-9} \cdot \left(0{,}20^3 - 0{,}10^3\right)}{3 \cdot 0{,}20^2 \cdot 8{,}85x10^{-12}} \rightarrow E = 12{,}13\text{ N/C}$

Para r ≥ b



Aplicando la ecuacion de gauss

$$\Phi = \oint \vec{E} \circ d\vec{s} = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

$$\oint E \cdot ds \cdot \cos\theta = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

$$E \cdot \oint ds = \frac{q_n}{\varepsilon_o}$$

Aplic. la ecuacion de ρ

$$\rho = \frac{q}{V_R}$$

$$q = \rho \cdot (V_b - V_a)$$

$$q_n = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(b^3 - a^3\right)$$

$$E \cdot A_{\otimes} = \frac{q_n}{\varepsilon_o} \rightarrow E = \frac{q_n}{\varepsilon_o \cdot A_{\otimes}} \rightarrow E = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(b^3 - a^3\right)}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_o} \rightarrow E = \frac{\rho \cdot \left(b^3 - a^3\right)}{3 \cdot r^2 \cdot \varepsilon_o}$$

Por lo tanto :

f) $r = 0{,}30\text{ m} \rightarrow E = \dfrac{1{,}84x10^{-9} \cdot \left(0{,}20^3 - 0{,}10^3\right)}{3 \cdot 0{,}60^2 \cdot 8{,}85x10^{-12}} \rightarrow E = 1{,}35\text{ N/C}$