CAPITULO II

MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

CONTENIDO

1. VECTORES Y ESCALARES
2. ELEMENTOS DE UN VECTOR, CONCEPTO DE DIRECCION Y SENTIDO
3. ALGEBRA DE VECTORES
4. METODOS GRAFICOS Y ANALITICOS
5. COMPOSICION Y DESCOMPOSICION DE VECTORES
6. VECTORES UNITARIOS
7. VECTORES EN TRES DIMENSIONES
8. EL PRODUCTO ESCALAR (PUNTO)
9. EL PRODUCTO VECTORIAL (CRUZ)
10. PRODUCTO MIXTO
11. REPRESENTACION VECTORIAL DE UNA SUPERFICIE

OBJETIVOS

3

2.1 MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

MAGNITUDES ESCALARES

Muchas magnitudes físicas quedan completamente definidas por un número y una unidad, estas magnitudes se llaman ***escalares.*** Ej. el *volumen,* la temperatura, el tiempo, la masa, etc.

Volumen = 10 m^3

Unidad

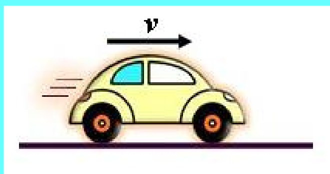
Número

Magnitud Escalar

4

MAGNITUDES EVECTORIALES

Una magnitud vectorial, además de un número y una unidad, requieren de una dirección y sentido; como ocurre con la velocidad, desplazamiento o la fuerza.



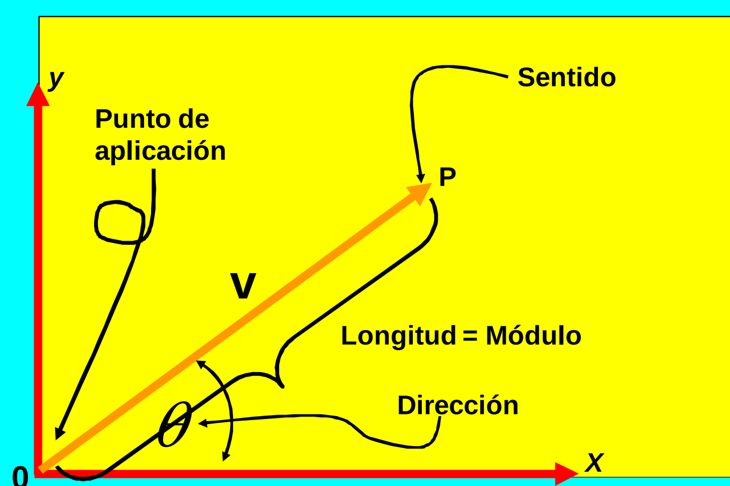
V = 80 km /hr, → Magnitud

horizontal, → Dirección

de izquierda a derecha → Sentido

5

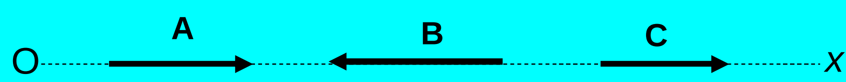
2.2. ELEMENTOS DE UN VECTOR



6

TIPOS DE VECTORES

A) Vectores colineales.- Son aquellos vectores que están contenidos en una misma línea de acción.

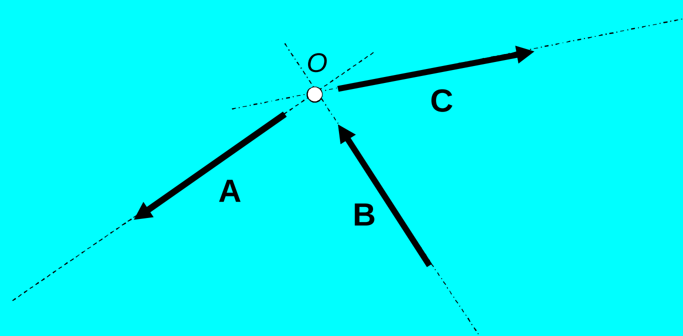


A, **B** y **C** son vectores colíndales

7

TIPOS DE VECTORES

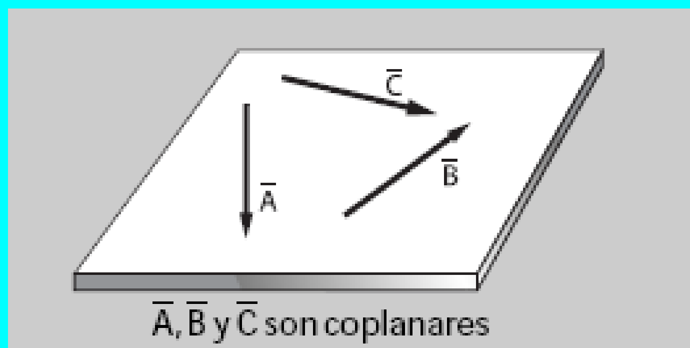
B) Vectores concurrentes.- Son aquellos vectores cuyas líneas de acción, se cortan en un solo punto.



8

TIPOS DE VECTORES

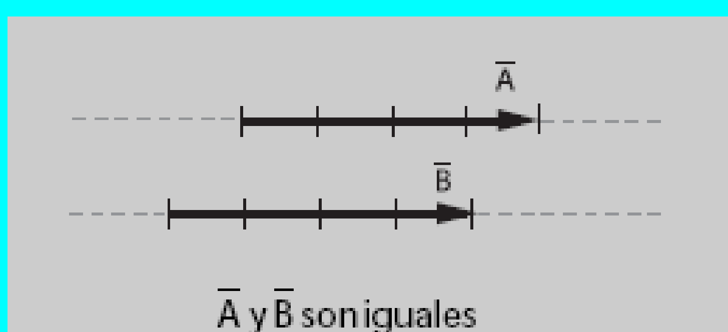
C) Vectores coplanares.- Son aquellos vectores que se encuentran en el mismo plano.



9

TIPOS DE VECTORES

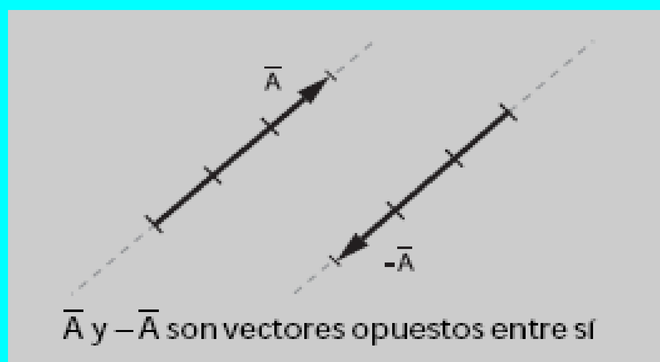
D) Vectores iguales.- Son aquellos vectores que tienen la misma intensidad, dirección y sentido.



10

TIPOS DE VECTORES

E) Vector opuesto.- Se llama vector opuesto (-**A**) de un vector **A** cuando tienen el mismo módulo, la misma dirección, pero sentido contrario.



11

2.3. ALGEBRA DE VECTORES

La suma de vectores goza de las siguientes propiedades:

CONMUTATIVA $\quad a + b = b + a$

ASOCIATIVA $\quad (a + b) + c = a + (b + c)$

ELEMENTO NEUTRO Ó VECTOR CERO $\quad a + 0 = 0 + a = a$

ELEMENTO SIMÉTRICO U OPUESTO A' $\quad a + a' = a' + a = 0$

$a' = -a$

12

2.4. METODOS GRAFICOS Y ANALITICOS

La suma de vectores da como resultado otro vector.

El vector resultante produce el mismo efecto que todos juntos. Hay que tener en cuenta que la suma vectorial no es lo mismo que la suma aritmética.

Se puede sumar vectores en forma gráfica o analítica.

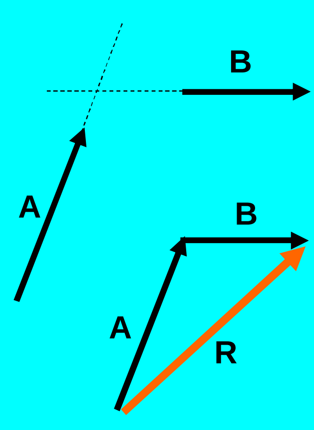
Para la primera opción los métodos son geométricos, debiendo realizarse una construcción a escala. Los resultados obtenidos por este método no tienen un elevado grado de precisión, por lo que mejor resulta utilizar el método analítico.

A) METODOS GRAFICOS

1. Método del Triángulo

Para dos vectores concurrentes y coplanares, se unen los dos vectores uno a continuación del otro para formar un triángulo, el vector resultante se encontrará en la línea que forma el triángulo y su punto de aplicación coincidirá con el origen del primer vector.

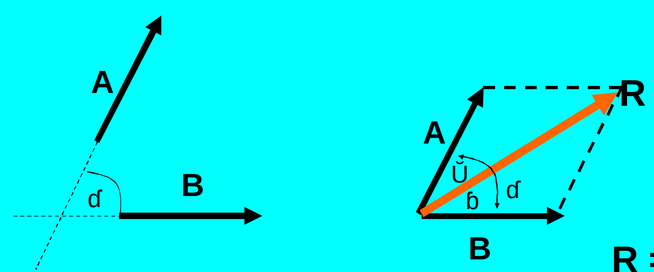
pentágono



$$R = A + B$$

2. Método del Paralelogramo

Para dos vectores coplanares y concurrentes, para hallar la resultante se une a los vectores por el origen (deslizándolos) para luego formar un paralelogramo, el vector resultante se encuentra en la diagonal, y su punto de aplicación coincide con el origen de los dos vectores.

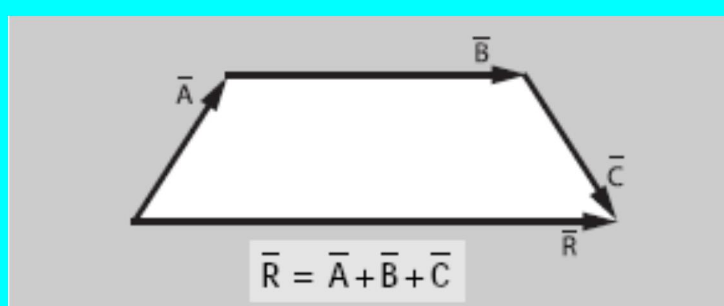


R = A + B

15

3. METODO DEL POLIGONO

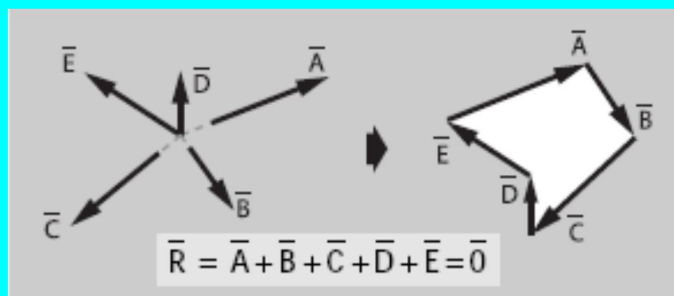
Para dos o más vectores concurrentes y coplanares. Se unen los vectores uno a continuación del otro para luego formar un polígono, el vector resultante se encontrará en la línea que forma el polígono y su punto de aplicación coincidirá con el origen del primer vector.



16

4.- VECTOR NULO

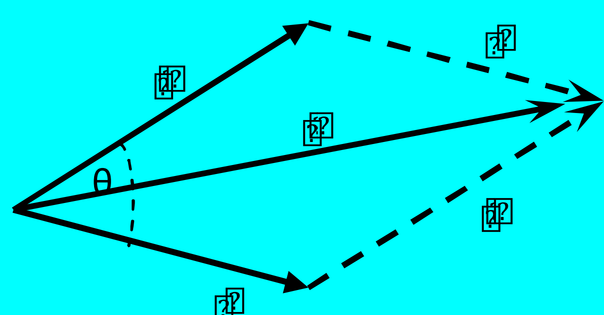
En el caso de que el origen del primer vector coincida con el extremo del último, el <u>vector resultante es nulo</u>; y al sistema se le llama ñpolígono cerradoò.



17

B) METODOS ANALITICOS

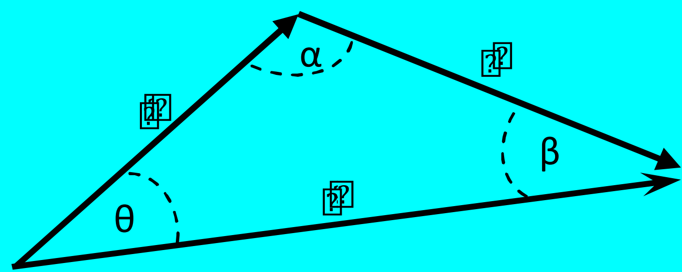
Método del teorema del paralelogramo



$$R^2 = A^2 + B^2 + 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos\theta$$

18

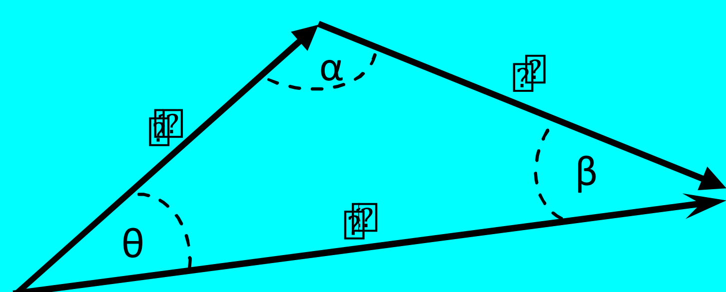
Método del teorema de los cosenos



$$R^2 = A^2 + B^2 - 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos\alpha$$

19

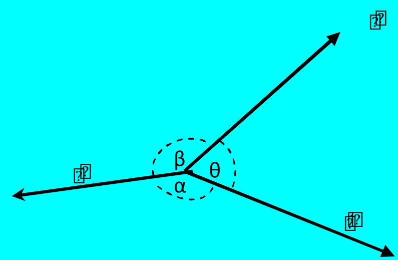
Método del teorema de los senos



$$\frac{R}{sen\alpha} = \frac{B}{sen\beta} = \frac{A}{sen\theta}$$

20

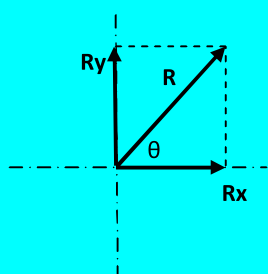
Método del teorema de Lamy



$$\frac{C}{sen\alpha}=\frac{B}{sen\beta}=\frac{A}{sen\theta}$$

21

Método del teorema de Pitágoras



Para calcular la resultante se aplica la formula:

$$R=\sqrt{(Ax)^2+(Ay)^2}$$

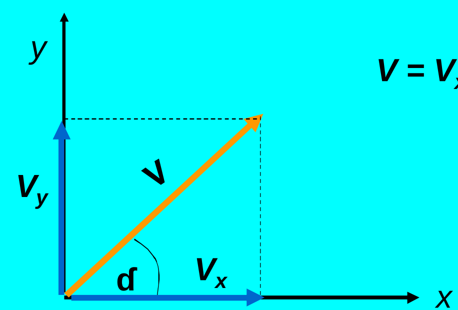
Para calcular la dirección o ángulo que forma el vector con la horizontal :

$$Tg(\theta)=\frac{Ay}{Ax}$$

22

5. DESCOMPOSICION DE VECTORES

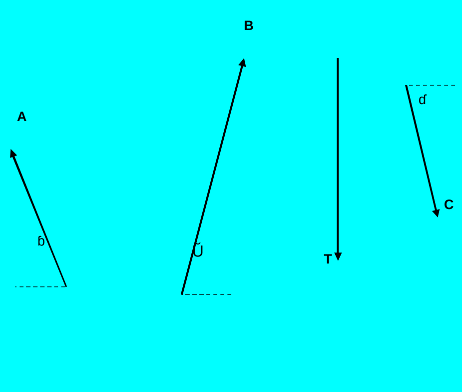
Un vector que se encuentre en el plano ***xy*** puede representarse como la suma de un vector paralelo al eje ***x*** y otro paralelo al eje ***y***. Estos dos vectores que designaremos en la figura como $\boldsymbol{V_x}$ y $\boldsymbol{V_y}$, se llaman *componentes vectoriales rectangulares* del vector ***V***.

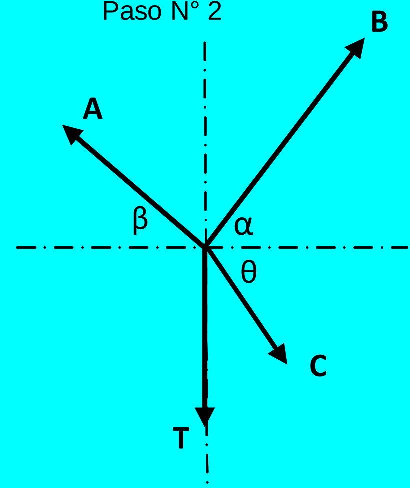


$$\boldsymbol{V = V_x + V_y}$$

23

DESCOMPOSICION DE VECTORES

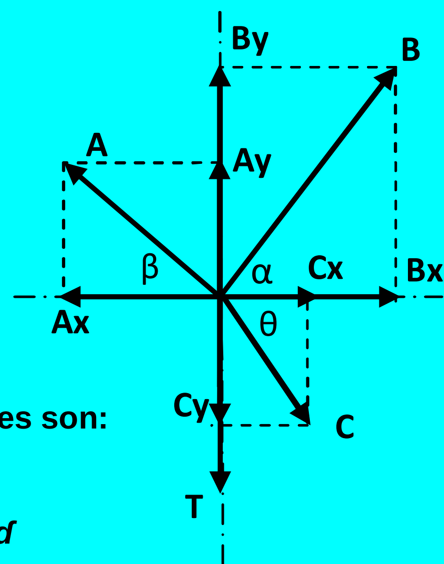




24

DESCOMPOSICION DE VECTORES

Paso N° 3



Las componentes son:

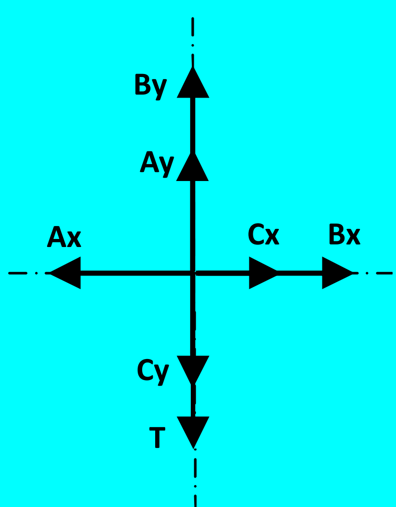
$V_x = V \cos d$

$V_y = V \ \mathrm{sen}\ d$

25

DESCOMPOSICION DE VECTORES

Paso N° 4



Paso N° 5

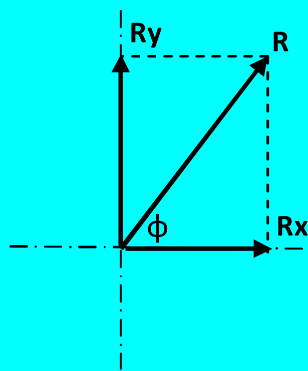
$$\sum Vx = Rx$$
$$Cx + Bx - Ax = Rx$$
$$Rx = C \cdot \cos\theta + B \cdot \cos\alpha - A \cdot \cos\beta$$

$$\sum Vy = Ry$$
$$By + Ay - Cy - T = Rx$$
$$Ry = B \cdot sen\,\alpha + A \cdot sen\,\beta - C \cdot sen\,\theta - T$$

26

6. COMPOSICION DE VECTORES

Paso N° 6



Paso N° 7

$$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2}$$

$$Tg(\varphi) = \frac{Ry}{Rx}$$

27

7. VECTORES EN EL ESPACIO

Para graficar un vector en el espacio se sigue los siguientes pasos:

Primero: Ubicar las componentes X y Y en un plano cartesiano

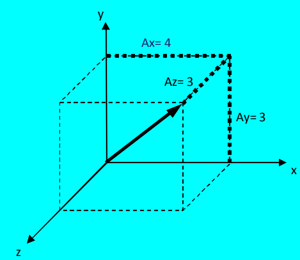
Segundo: En el punto donde se intersecan ambas componentes se traza una paralela al eje Z

Tercero: Encima del nuevo eje se dibuja la componente del vector en el eje Z si es positivo hacia adelante y si es negativo hacia atrás.

28

VECTORES EN EL ESPACIO

Ubicar el vector en el espacio, A=(4,3,3)



29

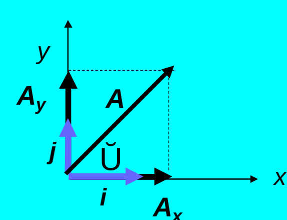
VECTORES UNITARIOS

La magnitud de un vector unitario (***versor)*** es igual a uno, y no tiene unidades. Su único propósito es indicar una dirección y sentido en el espacio de un determinado vector. En un sistema de coordenadas ***xy***, utilizaremos el vector unitario ***i*** en la dirección positiva del eje **x,** y el vector unitario ***j*** en la dirección positiva del eje ***y***.

$$A_x = A_x i$$

$$A_y = A_y j$$

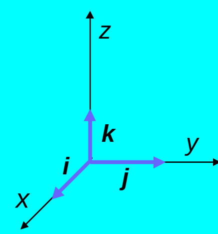
$\boldsymbol{A} = A_x \boldsymbol{i} + A_y \boldsymbol{j}$



30

TRIADA ORTOGONAL DE VECTORES UNITARIOS

Si los vectores se representan en el espacio, es necesario utilizar un tercer vector unitario ***k*** en la dirección del eje *z.*

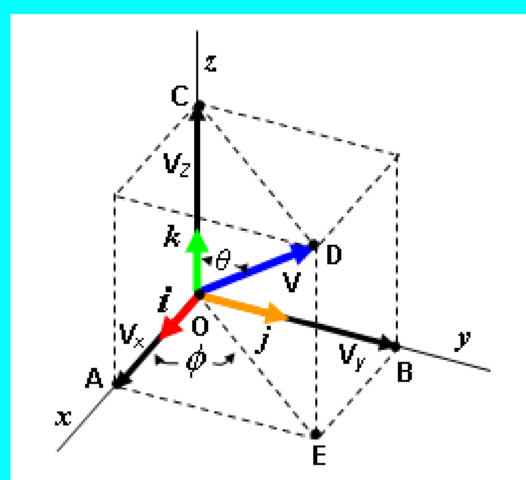


$$A = A_x i + A_y j + A_z k$$

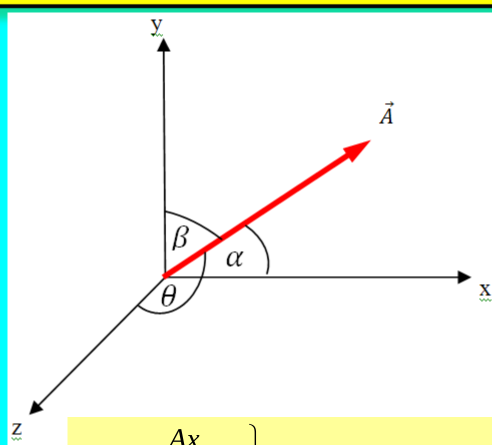
$$\hat{A} = \frac{\bar{A}}{|\bar{A}|}$$

VECTORES EN EL ESPACIO

Si el vector se representa en el espacio, este tiene tres componentes rectangulares: V_x, V_y, V_z, como se muestra en la siguiente figura:



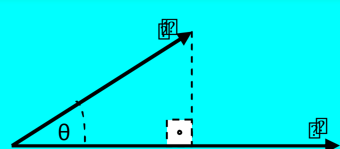
COSENOS DIRECTORES



$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{Ax}{A} \\ \cos\beta &= \frac{Ay}{A} \\ \cos\theta &= \frac{Az}{A} \end{aligned}\right\} (\cos\alpha)^2 + (\cos\beta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$$

33

2.8. PRODUCTO ESCALAR DE VECTORES



a) Mediante la ecuación:

$$\vec{A} o \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$

b) Mediante la suma de la multiplicación de sus coordenadas correspondientes:

Si :

$\vec{A} = (Ax, Ay, Az)$

$\vec{B} = (Bx, By, Bz)$

Entonces:

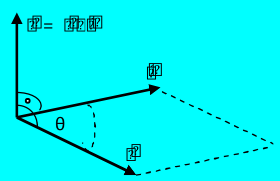
$\vec{A} o \vec{B} = (Ax \cdot Bx) + (Ay \cdot By) + (Az \cdot Bz)$

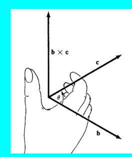
c) Propiedades del producto escalar

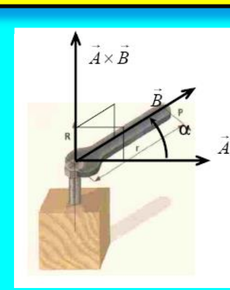
Si $\vec{A} o \vec{B} = 0$ nos indica que los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares

34

2.9. PRODUCTO VECTORIAL DE VECTORES







a) Metodo 1

$\vec{A} = (Ax, Ay, Az) \quad \vec{B} = (Bx, By, Bz)$

Entonces :

$$\vec{A}\,x\,\vec{B} = \begin{vmatrix} Ax & Ay & Az \\ Bx & By & Bz \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Ay & Az \\ By & Bz \end{vmatrix}\hat{i} - \begin{vmatrix} Ax & Az \\ Bx & Bz \end{vmatrix}\hat{j} + \begin{vmatrix} Ax & Ay \\ Bx & By \end{vmatrix}\hat{k}$$

$$\vec{A}\,x\,\vec{B} = (Ay \cdot Bz - By \cdot Az)\hat{i} - (Ax \cdot Bz - Bx \cdot Az)\hat{j} + (Ax \cdot By - Bx \cdot Ay)\hat{k}$$

b) Metodo 2

$$|\vec{A}\,x\,\vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot sen\,(\theta)$$

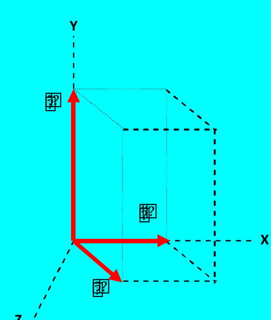
PROPIEDADES DEL PRODUCTO VECTORIAL

$\vec{A}x\vec{B} = 0$	Nos indica que los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son paralelos
$\vec{A}x\vec{B} = -\vec{B}x\vec{A}$	El producto vectorial no es conmutativo

$|\vec{A}x\vec{B}| = Area$

35

2.10. PRODUCTO MIXTO DE VECTORES



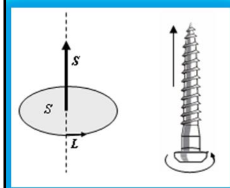
$$\vec{A} = (Ax\,i + Ay\,j + Az\,k)$$
$$\vec{B} = (Bx\,i + By\,j + Bz\,k)$$
$$\vec{C} = (Cx\,i + Cy\,j + Cz\,k)$$

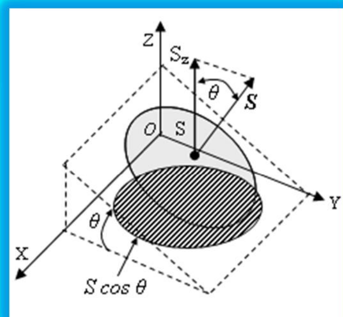
$$\forall = \left|\left(\vec{A}x\vec{B}\right)\circ\vec{C}\right| = \begin{vmatrix} Ax & Ay & Az \\ Bx & By & Bz \\ Cx & Cy & Cz \end{vmatrix}$$

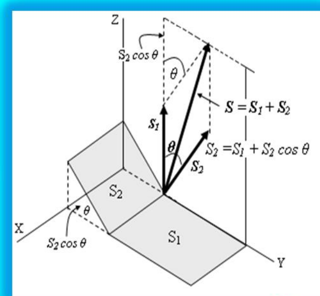
$$\forall = (Cx)\cdot[(Ay \cdot Bz) - (By \cdot Az)] - (Cy)\cdot[(Ax \cdot Bz) - (Bx \cdot Az)] + (Cz)\cdot[(Ax \cdot By) - (Bx \cdot Ay)]$$

36

2.11. REPRESENTACION VECTORIAL DE UNA SUPERFICIE





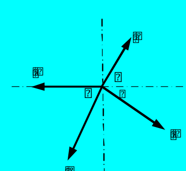


$$S=\sqrt{S_1^2+S_2^2+2S_1S_2\cos\theta}$$

37

EJEMPLO

2.12.1. Del siguiente grupo de vectores Hallar si $|\vec{A}| = 10$ m, $|\vec{B}| = 20$ m, $|\vec{C}| = 5$ m, $|\vec{D}| = 22$ m, $\alpha = 40°$, $\varphi = 75°$, $\theta = 35°$ Hallar: a) σ_{R-D} b) R_{C-C}



38

GRACIAS

39