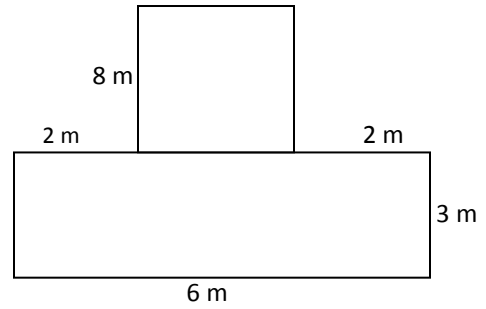
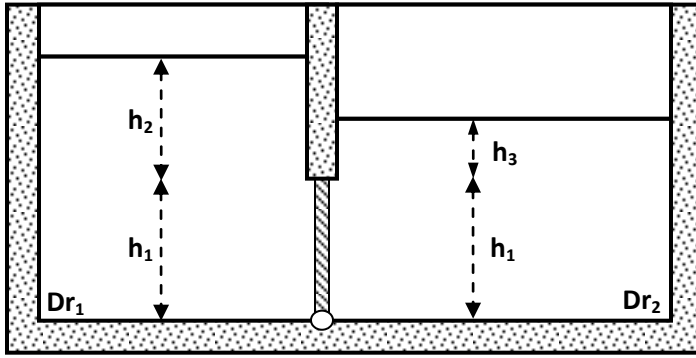


NOMBRE: APELLIDO: FIRMA:

1. En la figura se muestra una compuerta que se encuentra en equilibrio entre dos líquidos. El agua alcanza una altura de $h_2=10$ m al lado izquierdo. Si al otro lado se llena con un liquido de $D_{r2}= 1,6$ Determine la altura h_3



a) Calculo del centro de gravedad de la compuerta

$$Y_{cg} = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2}{A_1 + A_2} = \frac{(6 \cdot 3) \cdot (1,5) + (2 \cdot 8) \cdot (7)}{(6 \cdot 3) + (2 \cdot 8)} \Rightarrow Y_{cg} = 4,088m$$

b) Calculo de la Inercia de la compuerta

$$I_{cg} = I_1 + A_1 \cdot (d_1)^2 + I_2 + A_2 \cdot (d_2)^2$$

$$I_{cg} = \frac{6 \cdot 3^3}{12} + (6 \cdot 3) \cdot (1,5 + 1,088)^2 + \frac{2 \cdot 8^3}{12} + (2 \cdot 8) \cdot (4 - 1,088)^2 \Rightarrow I_{cg} = 355,069m^4$$

c) Calculo de la fuerza lado izquierdo

$$F_1 = \delta_1 \cdot g \cdot h_1 \cdot A_1 = 1000 \cdot 9,81 \cdot (10 + 11 - 4,088) \cdot ((6 \cdot 3) + (2 \cdot 8)) \Rightarrow F_1 = 5640828,48N$$

d) Calculo de la fuerza lado derecho

$$F_2 = \delta_2 \cdot g \cdot h_2 \cdot A_2 = 1600 \cdot 9,81 \cdot (h + 11 - 4,088) \cdot ((6 \cdot 3) + (2 \cdot 8)) \Rightarrow F_2 = 533664 \cdot (h + 6,912)$$

d) Calculo de Y_{cp} izquierdo

$$Y_{cp1} = \frac{I_{cg}}{Y_{cg} \cdot A} + Y_{cg} = \frac{355,069}{(10 + 11 - 4,088) \cdot ((6 \cdot 3) + (2 \cdot 8))} + (10 + 11 - 4,088) \Rightarrow Y_{cp1} = 17,529m$$

e) Calculo de Y_{cp} derecho

$$Y_{cp1} = \frac{I_{cg}}{Y_{cg} \cdot A} + Y_{cg} = \frac{355,069}{(h + 11 - 4,088) \cdot ((6 \cdot 3) + (2 \cdot 8))} + (h + 11 - 4,088) \Rightarrow Y_{cp1} = \frac{10,443}{h + 6,912} + h + 6,912$$

f) Aplicando momentos en la base

$$\sum M_o = 0$$

$$F_1 \cdot a - F_2 \cdot b = 0$$

$$(5640828,48) \cdot (10 + 11 - 17,529) = 533664 \cdot (h + 6,912) \cdot \left(h + 11 - \left(\frac{10,443}{h + 6,912} + h + 6,912 \right) \right)$$

$$36,688 = (h + 6,912) \cdot \left(4,088 - \left(\frac{10,443}{h + 6,912} \right) \right)$$

$$36,688 = (h + 6,912) \cdot \frac{(4,088 \cdot h + 28,256 - 10,443)}{(h + 6,912)}$$

$$4,088 \cdot h = 18,875$$

$$h = 4,617m$$

FORMULARIO

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$$

$$Y_{cp} = \frac{I_{cg}}{A \cdot Y_{cg}} + Y_{cg}$$

$$Y_{cg} = \frac{\sum A \cdot Y}{\sum A}$$

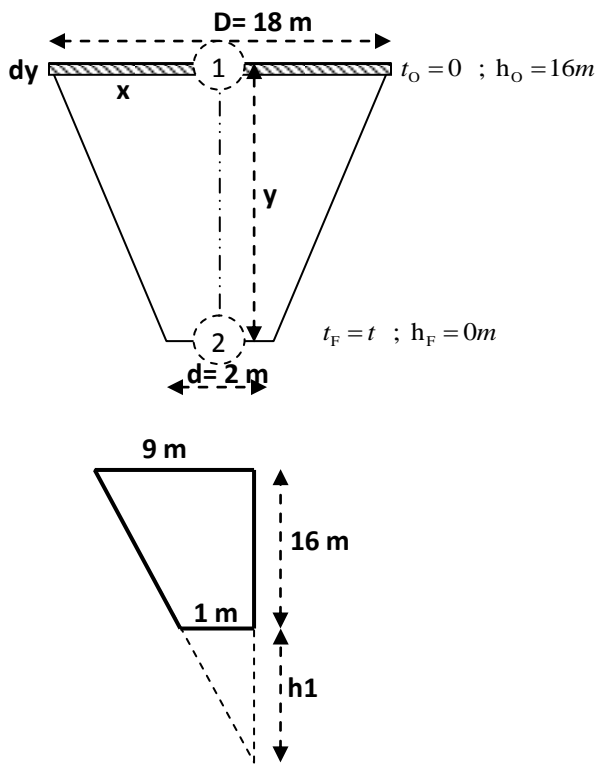
$$I_{x-x} = I_{cg} + A \cdot d^2$$

$$A = b \cdot h$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$h_3 = 4,617 m$$

2. Un cono circular recto de radio R= 9m y altura H= 16 m tiene su vértice hacia abajo. El tanque tiene un orificio en el fondo cuya área de diámetro d= 2 m es controlada por una válvula y es proporcional a la altura del agua en cada instante. Suponiendo que el tanque está lleno de agua, calcular el tiempo total para vaciar el volumen?



Calculo de h_1

$$\frac{8}{16} = \frac{1}{h_1} \Rightarrow h_1 = 2m$$

Aplicando la ecuación de continuidad entre 1 y 2

$$Q_A = Q_B \Rightarrow V_A \cdot A_A = V_B \cdot A_B$$

$$V_A = \left(\frac{A_B}{A_A}\right) \cdot V_B = \left(\frac{d}{D}\right)^2 \cdot V_B = \left(\frac{2}{18}\right)^2 \cdot V_B \Rightarrow V_A = 0,0123 \cdot V_B$$

Aplicando semejanza de triangulo

$$\frac{x}{9} = \frac{2+y}{18} \Rightarrow x = 1 + 0,5 \cdot y$$

$$dV = A \cdot dy = \pi \cdot (1 + 0,5 \cdot y)^2 \cdot dy \Rightarrow dV = \pi \cdot (dy + y \cdot dy + 0,25 \cdot y^2 \cdot dy)$$

Aplicando la ecuación de Beernulli entre 1 y 2 con $\overline{\text{ref. 2}}$

$$h_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{(V_1)^2}{2 \cdot g} = h_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(V_2)^2}{2 \cdot g}$$

$$y + \left(\frac{(0,0123 \cdot V_2)^2}{2 \cdot 9,81}\right) = 0 + \left(\frac{(V_2)^2}{2 \cdot 9,81}\right)$$

$$V_2 = 4,429 \cdot y^{(1/2)}$$

Aplicando la ecuación de continuidad entre 1 y 2

$$Q = -\frac{dV}{dt} = V_2 \cdot A_2$$

$$\pi \cdot (dy + y \cdot dy + 0,25 \cdot y^2 \cdot dy) = -4,429 \cdot y^{(1/2)} \cdot (\pi \cdot 1^2) \cdot dt$$

$$\int_{16}^0 y^{-0,5} \cdot dy + \int_{16}^0 y^{0,5} \cdot dy + 0,25 \cdot \int_{16}^0 y^{1,5} \cdot dy = -4,429 \cdot \int_0^t dt$$

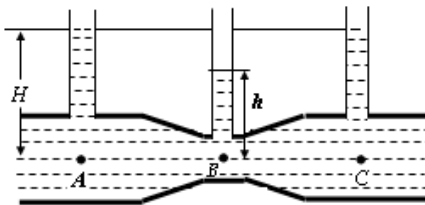
$$2 \cdot (y^{0,5})_{16}^0 + 0,667 \cdot (y^{1,5})_{16}^0 + 0,25 \cdot 0,4 \cdot (y^{2,5})_{16}^0 = -4,429 \cdot t_{10}^t$$

$$-2 \cdot (16^{0,5}) - 0,667 \cdot (16^{1,5}) - 0,25 \cdot 0,4 \cdot (16^{2,5}) = -4,429 \cdot t$$

$$t = 34,56s$$

| |
|---------------|
| $t = 34,56 s$ |
|---------------|

3. El tubo de Venturi que se muestra en la figura tiene tres tomas de presión estática verticales. Los radios internos de la sección principal y del estrechamiento son 1 m y 0,5 m respectivamente. Cuando circula un caudal de agua de 6000 litros/s, el nivel del agua en los tubos de la izquierda y derecha se encuentra a H=4 m por encima del eje de la tubería. a) ¿Hasta qué altura subirá el agua por el tubo central?



Datos :

$$D_A = 2 m$$

$$D_B = 1 m$$

$$H_A = 4 m$$

$$Q = 50 \text{ lt / s}$$

Calculo de velocidades en A y B

$$Q_A = V_A \cdot A_A \Rightarrow V_A = \frac{Q_A}{A_A} = \frac{6}{\left(\frac{\pi}{4} \cdot (2)^2\right)} \Rightarrow V_A = 1,910 \frac{m}{s}$$

$$Q_B = V_B \cdot A_B \Rightarrow V_B = \frac{Q_B}{A_B} = \frac{6}{\left(\frac{\pi}{4} \cdot (1)^2\right)} \Rightarrow V_B = 7,639 \frac{m}{s}$$

Aplicando la ecuación de Beernulli entre A y B con $\overline{\text{ref. A}}$

$$H_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{(V_A)^2}{2 \cdot g} = H_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{(V_B)^2}{2 \cdot g}$$

$$0 + \left(\frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 4}{1000 \cdot 9,81}\right) + \left(\frac{(1,910)^2}{2 \cdot 9,81}\right) = 0 + \left(\frac{1000 \cdot 9,81 \cdot h_B}{1000 \cdot 9,81}\right) + \left(\frac{(7,639)^2}{2 \cdot 9,81}\right)$$

$$h_B = 1,212m$$

FORMULARIO

$$h_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = h_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$$

$$Q = V \cdot A$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h \quad Dr = \frac{\rho x}{\rho_{agua}}$$

$$Q = -\frac{dV}{dt}$$

| |
|--------------|
| $h = 1,212m$ |
|--------------|