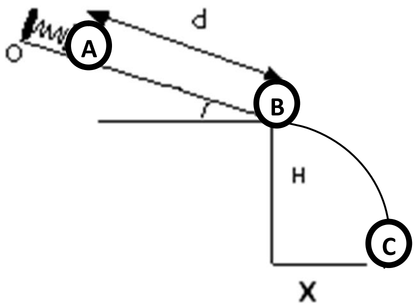
7.1. Desde una rampa que se encuentra a h= 15 m de altura del suelo se lanza un objeto de masa *m* = 2 kg hacia la calle, utilizando el muelle de constante *k*=750 N/m, como muestra la figura. El objeto se encuentra a una distancia inicial de 1m, luego se comprime el muelle d= 50 cm y se suelta, el coeficiente de rozamiento dinámico entre la rampa y el cuerpo es 0,4.. d=50°Calcular:

a) La velocidad del objeto al chocar con el suelo

b) La distancia entre la base del edificio y el lugar de impacto del objeto en el suelo x.



a)

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow C$ (linea de referencia C)

$$EM_A = EM_C + Trfr_{A\text{-}B} + Trfr_{B\text{-}C}$$

$$Ec_A + Ep_A + Epe_A = Ec_C + Ep_C + Epe_C + Trfr_{A\text{-}B} + Trfr_{B\text{-}C}$$

$$Ep_A + Epe_A = Ec_C + Trfr_{A\text{-}B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2 + (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha) \cdot d \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{2}{m}\right)$$

$$2 \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{m} \cdot K \cdot x^2 = V_C^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot d$$

$$V_C^2 = 2 \cdot g \cdot (d \cdot \text{sen}\,\theta + H) + \frac{1}{m} \cdot K \cdot x^2 - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot d$$

$$V_C = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (0.5 \cdot \text{sen}\,50° + 15) + \frac{1}{2} \cdot 750 \cdot (0{,}5)^2 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 50 \cdot 0{,}5}$$

$$V_C = 19{,}825 \text{ m/s}$$

b)

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow B$ (linea de referencia en B)

$$EM_A = EM_B + Trfr_{A\text{-}B}$$

$$Ec_A + Ep_A + Epe_A = Ec_B + Ep_B + Epe_B + Trfr_{A\text{-}B}$$

$$Ep_A + Epe_A = Ec_B + Trfr_{A\text{-}B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha) \cdot d \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{2}{m}\right)$$

$$2 \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{m} \cdot K \cdot x^2 = V_B^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot d$$

$$V_B^2 = 2 \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{m} \cdot K \cdot x^2 - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\alpha \cdot d$$

$$V_B = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (0.5 \cdot \text{sen}\,50°) + \frac{1}{2} \cdot 750 \cdot (0{,}5)^2 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 50 \cdot 0{,}5}$$

$$V_B = 9{,}937 \text{ m/s}$$

Velocidad en el eje x en B $Vx = 9{,}937 \cdot \cos 50° \Rightarrow Vx = 6{,}387 \text{ m/s}$

Velocidad en el eje y en B $Vy = 9{,}937 \cdot sen 50° \Rightarrow Vy = 7{,}612 \text{ m/s}$

Aplicando la ecuacion de movimiento parabolico entre $B \Rightarrow C$

Eje y

$$V_{f_y}^2 = Vo_y^2 + 2 \cdot g \cdot H$$

$$V_{f_y} = \sqrt{(7{,}612)^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot 15}$$

$$V_{f_y} = 18.768 \text{ m/s}$$

$$V_{f_y} = Vo_y + g \cdot t$$

$$t = \frac{V_{f_y} - Vo_y}{g}$$

$$t = \frac{18.768 - 7{,}612}{9{,}81}$$

$$t = 1{,}137 \text{ s}$$

Eje x

$$V_X = \frac{d}{t}$$

$$d = V_X \cdot t$$

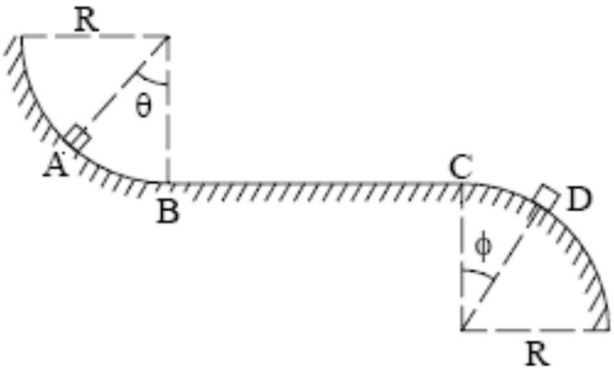
$$d = 6{,}387 \cdot 1{,}137$$

$$d = 7{,}262 m$$

Vc=19,825 m/s

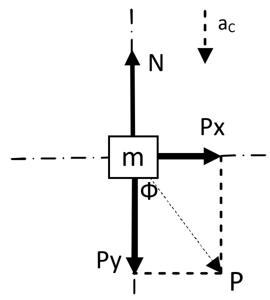
d=16,031 m

7.2. Un tobogán liso en un plano vertical está formado por dos tramos de cuarto de círculo unidos por un tramo recto BC como se muestra en la figura a) Si desde la posición A se suelta un pequeño bloque con $\theta = 30°$ calcular: a) ¿para que ángulo ϕ se despega del tobogán? b) ¿Desde qué ángulo θ debe soltarse para que se despegue del tobogán en C?



a)

Realizando un analisis dinamico en D para hallar la velocidad critica :



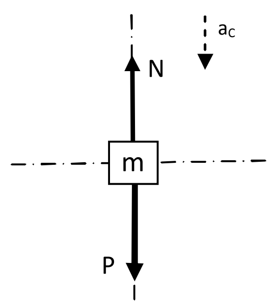
$$\sum Fy = m \cdot a$$
$$Py = m \cdot a$$
$$m \cdot g \cdot \cos\phi = m \cdot \frac{V^2}{R}$$
$$V_D = \sqrt{R \cdot g \cdot \cos\phi}$$

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo A $\Rightarrow$ D (linea de referencia en D)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_D} + \mathrm{Trfr_{A\text{-}B}} + \mathrm{Trfr_{B\text{-}C}} + \mathrm{Trfr_{C\text{-}D}}$$
$$\mathrm{Ec_A} + \mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_D} + \mathrm{Ep_D}$$
$$\mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_B}$$
$$\mathrm{m \cdot g \cdot h_A} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_B^2} \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{2}{\mathrm{m}} \right)$$
$$2 \cdot g \cdot \big((R - R\cos\phi) + (R - R\cos\phi) \big) = R \cdot g \cdot \cos\phi$$
$$4 - 4 \cdot \cos\phi = \cos\phi$$
$$\cos\phi = \frac{4}{5}$$
$$\phi = 36{,}87°$$

b)

Realizando un analisis dinamico en C para hallar la velocidad critica :



$$\sum Fy = m \cdot a$$
$$P = m \cdot a$$
$$m \cdot g = m \cdot \frac{V^2}{R}$$
$$V_D = \sqrt{R \cdot g}$$

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo A $\Rightarrow C$ (linea de referencia en C)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_D} + \mathrm{Trfr_{A\text{-}B}} + \mathrm{Trfr_{B\text{-}C}} + \mathrm{Trfr_{C\text{-}D}}$$
$$\mathrm{Ec_A} + \mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_D} + \mathrm{Ep_D}$$
$$\mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_B}$$
$$\mathrm{m \cdot g \cdot h_A} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_B^2} \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{2}{\mathrm{m}} \right)$$
$$2 \cdot g \cdot (R - R\cos\phi) = R \cdot g$$
$$2 - 2 \cdot \cos\phi = 1$$
$$\cos\phi = \frac{1}{2}$$
$$\phi = 60°$$

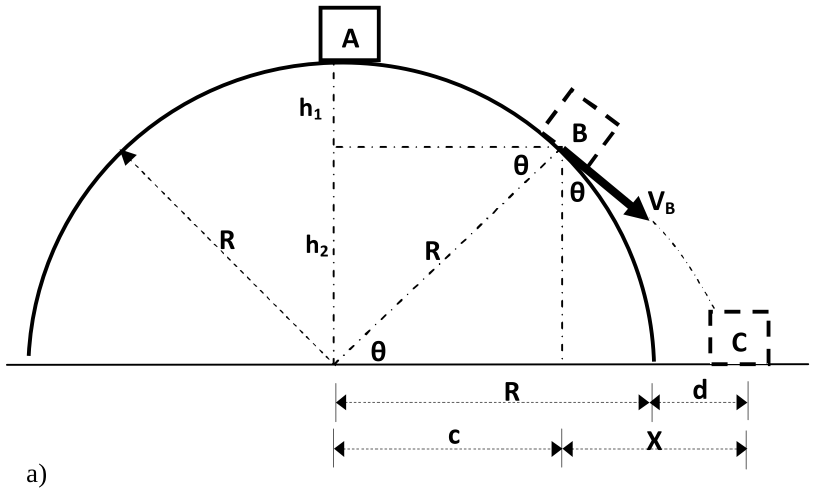
a) $\Phi = 36{,}87°$

b) $\Phi = 60°$

7.3. Un Bloque de masa 2 kg resbala del punto más alto de un domo de hielo sin rozamiento de radio R=300 m, calcular:

a) El tiempo que tarda en chocar el bloque con el suelo desde que parte del reposo.

b) La distancia x a la que cae separado del domo.



a)

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo A $\Rightarrow$ B (linea de referencia en B)

$$E_{M_A} = E_{M_B} + Tr_{fr_{A-B}}$$

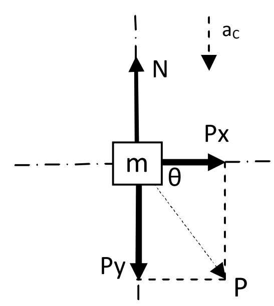
$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

$$E_{P_A} = E_{C_B}$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{2}{m}\right)$$

$$V_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot R \cdot (1 - \mathrm{sen}\,\theta)} \qquad \text{Ec. (1)}$$

Realizando un analisis dinamico en B para hallar la velocidad critica :



$$\sum Fy = m \cdot a$$

$$Py = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot sen\theta = m \cdot \frac{V^2}{R} \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{R}{m}\right)$$

$$R \cdot g \cdot sen\theta = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 - \mathrm{sen}\,\theta)$$

$$sen\theta = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \theta = 41{,}810°$$

De Ec (1) $V_B = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 300 \cdot (1 - \mathrm{sen}(41{,}810°))} \quad \Rightarrow V_B = 44{,}294\ m/s$

Velocidad en el eje x en B $Vx = 44{,}294 \cdot \cos 41{,}810° \Rightarrow Vx = 33{,}015\text{m/s}$

Velocidad en el eje y en B $Vy = 44{,}294 \cdot sen 41{,}810° \Rightarrow Vy = 29{,}529\text{m/s}$

Aplicando la ecuacion de movimiento parabolico entre B $\Rightarrow$ C

*E*je y

$$V_{f_y}^2 = Vo_y^2 + 2 \cdot g \cdot H$$

$$V_{f_y} = \sqrt{(29{,}529)^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot (300 \cdot sen 41{,}810°)}$$

$$V_{f_y} = 69.253\ \text{m/s}$$

$$V_{f_y} = Vo_y + g \cdot t$$

$$t = \frac{V_{f_y} - Vo_y}{g}$$

$$t = \frac{69.253 - 29{,}529}{9{,}81}$$

$$t = 4{,}049\ \text{s}$$

*E*je x

$$V_X = \frac{X}{t}$$

$$X = V_X \cdot t$$

$$X = 33{,}015 \cdot 4{,}049$$

$$X = 133{,}678\ m$$

Aplicando la relacion de distancias de la fig. principal:

$$R + d = c + x$$

$$d = c + x - R$$

$$d = 300 \cdot \cos 41{,}810° + 133{,}678 - 300$$

$$d = 57{,}286\ \text{m}$$

b)

Aplicando la ecuacion de caida libre A $\Rightarrow$ B (esto es posible debido a que $\mu = 0$)

$$V_B = Vo_A + g \cdot t$$

$$t = \frac{V_B}{g}$$

$$t = \frac{44{,}294}{9{,}81}$$

$$t = 4{,}515\ \text{s}$$

El tiempo total de recorrido es de :

$$t_T = t_{A-B} + t_{B-C}$$

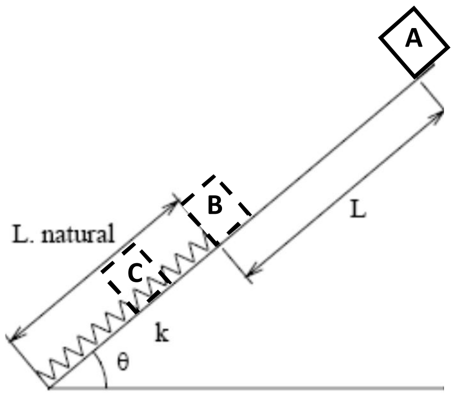
$$t_T = 4{,}515 + 4{,}049$$

$$t_T = 8{,}564\ \text{s}$$

a) d=57,286 m

t_T=8,564 s

7.4. Desde la parte superior de un plano inclinado, se suelta un bloque de 0,1 kg de masa. El bloque desliza sobre el plano inclinado que forma un ángulo de 45º con la horizontal, una longitud **L** = 0,5 m y luego comprime el resorte de k = 20 N/m. Encontrar la máxima compresión del resorte. a) Si μ = 0; b) Si μ = 0.5



a)

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow C$ (linea de referencia en C)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_C} + \mathrm{Trfr_{A-B}} + \mathrm{Trfr_{B-C}}$$

$$\mathrm{EC_A} + \mathrm{EP_A} + \mathrm{EPe_A} = \mathrm{EC_C} + \mathrm{EP_C} + \mathrm{EPe_C}$$

$$\mathrm{EP_A} = \mathrm{EPe_C}$$

$$\mathrm{m \cdot g \cdot h_A} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{k \cdot x^2}$$

$$(\mathrm{L} \cdot \mathrm{sen}\,\theta + \mathrm{x} \cdot \mathrm{sen}\,\theta) = \frac{\mathrm{k \cdot x^2}}{2 \cdot m \cdot g}$$

$$0{,}5 \cdot \mathrm{sen}\,45° + \mathrm{x} \cdot \mathrm{sen}\,45° = \frac{20 \cdot \mathrm{x}^2}{2 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}81}$$

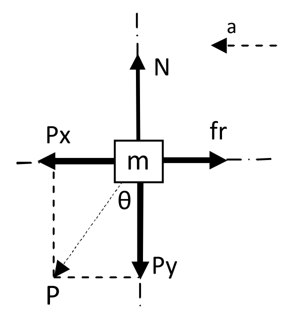
$$-10.194 \cdot \mathrm{x}^2 + 0{,}354 \cdot \mathrm{x} + 0{,}707 = 0$$

$$x = \frac{-0{,}354 \pm \sqrt{(0{,}354)^2 - 4 \cdot (-10.194) \cdot 0{,}707}}{2 \cdot (-10.194)}$$

$$(\text{-})x = 0.281m$$

b)

Realizando un analisis del cuerpo para hallar la Normal :



$$\sum \mathrm{Fy} = 0$$

$$\mathrm{N} - Py = 0$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow C$ (linea de referencia en C)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_C} + \mathrm{Trfr_{A-B}} + \mathrm{Trfr_{B-C}}$$

$$\mathrm{EC_A} + \mathrm{EP_A} + \mathrm{EPe_A} = \mathrm{EC_C} + \mathrm{EP_C} + \mathrm{EPe_C} + \mathrm{Trfr_{A-B}} + \mathrm{Trfr_{B-C}}$$

$$\mathrm{EP_A} = \mathrm{EPe_C} + \mathrm{fr \cdot L} + \mathrm{fr \cdot x}$$

$$\mathrm{m \cdot g \cdot h_A} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{k \cdot x^2} + (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta) \cdot \mathrm{L} + (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta) \cdot \mathrm{x} \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{1}{\mathrm{m \cdot g}}\right)$$

$$(\mathrm{L} \cdot \mathrm{sen}\,\theta + \mathrm{x} \cdot \mathrm{sen}\,\theta) = \frac{\mathrm{k \cdot x^2}}{2 \cdot m \cdot g} + (\mu \cdot \cos\theta) \cdot \mathrm{L} + (\mu \cdot \cos\theta) \cdot \mathrm{x}$$

$$0{,}5 \cdot \mathrm{sen}\,45° + \mathrm{x} \cdot \mathrm{sen}\,45° = \frac{20 \cdot \mathrm{x}^2}{2 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}81} + (0{,}5 \cdot \cos 45) \cdot 0{,}5 + (0{,}5 \cdot \cos 45) \cdot \mathrm{x}$$

$$-10.194 \cdot \mathrm{x}^2 + 0{,}354 \cdot \mathrm{x} + 0{,}177 = 0$$

$$x = \frac{-0{,}354 \pm \sqrt{(-0{,}354)^2 - 4 \cdot (-10.194) \cdot 0{,}177}}{2 \cdot (-10.194)}$$

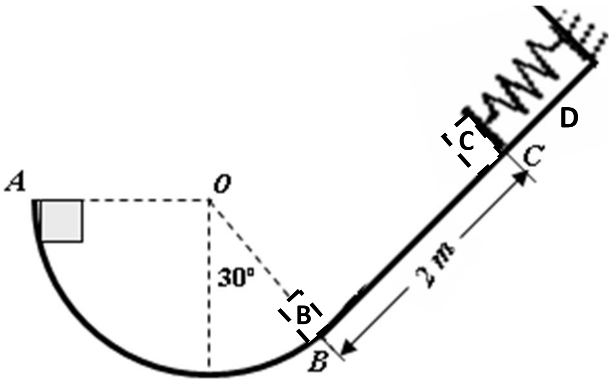
$$(\text{-})x = 0.150m$$

b) x=0,281 m

c) t_T=0,150 m

7.5. En el punto *A* de la pista de la figura se deja en libertad un pequeño bloque de masa *m=1 kg*. En el trayecto *AB* no hay rozamiento. El coeficiente de rozamiento en el tramo *BC* es $\mu = 0{,}1$. La constante del resorte es k = 400 N/m. Si el radio de curvatura es de 5 m, determinar a) La velocidad que lleva en el punto *B;* b) La fuerza que *m* ejerce sobre la pista en el punto *B. c)* La máxima compresión del resorte.

e



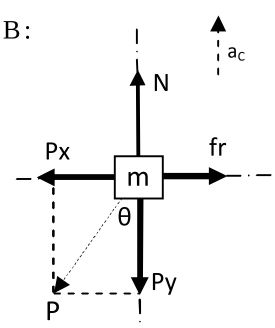
a)

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo A $\Rightarrow$ *B* (linea de referencia en B)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_B} + \mathrm{Trfr_{A\text{-}B}}$$
$$\mathrm{Ec_A} + \mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_B} + \mathrm{Ep_B}$$
$$\mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_B}$$
$$\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\mathrm{h_A} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \mathrm{V}_B^2$$
$$\mathrm{V}_B = \sqrt{2\cdot\mathrm{g}\cdot\mathrm{h_A}}$$
$$\mathrm{V}_B = \sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot(5\cdot\cos 30°)}$$
$$\mathrm{V}_B = 9{,}217\, m/s$$

b)

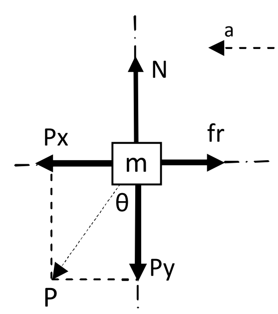
Realizando un analisis dinamico en B para hallar la Normal B:



$$\sum \mathrm{Fy} = m\cdot a$$
$$\mathrm{N} - Py = m\cdot a$$
$$\mathrm{N} = m\cdot a + m\cdot g\cdot sen\theta$$
$$\mathrm{N} = m\cdot\frac{V^2}{R} + m\cdot g\cdot sen\theta$$
$$\mathrm{N} = 1\cdot\frac{(9{,}217)^2}{5} + 1\cdot 9{,}81\cdot sen 30°$$
$$\mathrm{N_B} = 21{,}896 N$$

c)

Realizando un analisis del cuerpo para hallar la Normal:



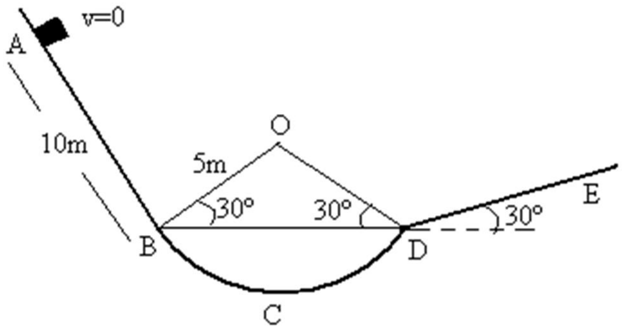
$$\sum \mathrm{Fy} = 0$$
$$\mathrm{N} - Py = 0$$
$$N = m\cdot g\cdot\cos\theta$$

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo B $\Rightarrow$ *D* (linea de referencia en B)

$$\mathrm{EM_B} = \mathrm{EM_D} + \mathrm{Trfr_{D\text{-}C}} + \mathrm{Trfr_{C\text{-}D}}$$
$$\mathrm{Ec_B} + \mathrm{Ep_B} + \mathrm{Epe_B} = \mathrm{Ec_D} + \mathrm{Ep_D} + \mathrm{Epe_D} + \mathrm{Trfr_{B\text{-}C}} + \mathrm{Trfr_{C\text{-}D}}$$
$$\mathrm{Ep_B} = \mathrm{Epe_D} + \mathrm{fr}\cdot\mathrm{L} + \mathrm{fr}\cdot\mathrm{x}$$
$$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{m}\cdot V_B^2 = \frac{1}{2}\cdot\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}^2 + (\mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\theta)\cdot\mathrm{L} + (\mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\theta)\cdot\mathrm{x} \qquad \text{multiplicando por}\left(\frac{1}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}}\right)$$
$$\frac{1}{2}\cdot\mathrm{m}\cdot V_B^2 = \frac{\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}^2}{2\cdot m\cdot g} + (\mu\cdot\cos\theta)\cdot\mathrm{L} + (\mu\cdot\cos\theta)\cdot\mathrm{x}$$
$$\frac{1}{2}\cdot 1\cdot(9{,}217)^2 = \frac{400\cdot\mathrm{x}^2}{2\cdot 1\cdot 9{,}81} + (0{,}1\cdot\cos 30°)\cdot 2 + (0{,}1\cdot\cos 30°)\cdot\mathrm{x}$$
$$20{,}387\cdot\mathrm{x}^2 + 0{,}087\cdot\mathrm{x} - 42{,}303 = 0$$
$$x = \frac{-0{,}087 \pm\sqrt{(0{,}087)^2 - 4\cdot(20{,}387)\cdot(-42{,}303)}}{2\cdot(20{,}387)}$$
$$(+)x = 1{,}443 m$$

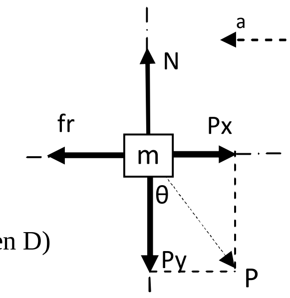
a) V_A=9,217 m/s
b) N_B=21,896 N
c) X=1,443 m

7.6. Desde el extremo A de una rampa se deja caer una partícula de 250 g de masa, que desliza con rozamiento (coeficiente ε=0.5) hasta llegar al punto B. En el punto B, continua su movimiento describiendo el arco de circunferencia BCD, de 5 m de radio (en este tramo no hay rozamiento)Sale por el punto D, describiendo un movimiento parabólico hasta que impacta en el punto E situado sobre un plano inclinado 30º respecto de la horizontal. a) Hallar la velocidad con que choca el cuerpo en E b)Hallar la aceleración tangencial en E



a)

Realizando un analisis del cuerpo para hallar la Normal :



$$\sum Fy = 0$$

$$N - Py = 0$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow D$ (linea de referencia en D)

$$EM_A = EM_D + Trfr_{A\text{-}B} + Trfr_{B\text{-}C} + Trfr_{C\text{-}D}$$

$$Ec_A + EP_A = Ec_D + Trfr_{A\text{-}B}$$

$$EP_A = Ec_D + fr \cdot L$$

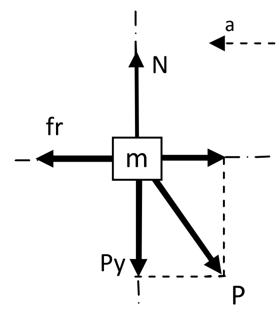
$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_D^2 + (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta) \cdot L \qquad \text{multiplicando por} \left(\frac{2}{m}\right)$$

$$2 \cdot g \cdot h_A = V_D^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\theta \cdot L$$

$$V_D = \sqrt{2 \cdot g \cdot (L \cdot sen\theta) - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos\theta \cdot L}$$

$$V_D = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (10 \cdot sen60°) - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 60° \cdot 10}$$

$$V_D = 10{,}994 \text{ m/s}$$



Velocidad en el eje x en D $Vx = 10{,}994 \cdot \cos 60° \Rightarrow Vx = 5{,}497 \text{m/s}$

Velocidad en el eje y en D $Vy = 10{,}994 \cdot sen60° \Rightarrow Vy = 9{,}521 \text{m/s}$

Aplicandola ecuacion de movimientoparabolicoentre $D \Rightarrow E$

Eje y

$$h_1 = V_{Oy} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$h_1 = V_O \cdot sen\theta \cdot \left(\frac{d}{V_O \cdot \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{d}{Vo_X}\right)^2$$

$$d \cdot sen\theta = d \cdot \tan\theta - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{d}{Vo_X}\right)^2$$

$$d \cdot sen60° = d \cdot \tan 60° - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot \left(\frac{d}{5{,}497}\right)^2$$

$$d = 5{,}335\, m$$

eje x

$$V_X = \frac{d}{t}$$

$$t = \frac{d}{V_O \cdot \cos\theta}$$

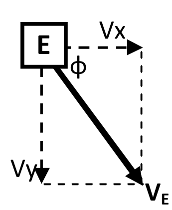
$$t = \frac{5{,}335}{5{,}497}$$

$$t = 0{,}971\, s$$

$$V_{f_y} = Vo_y + g \cdot t$$

$$V_{f_y} = 9{,}521 + 9{,}81 \cdot 0{,}971$$

$$V_{f_y} = 19{,}046 \text{ m/s}$$



Cal culandola velocidadresultanteen E

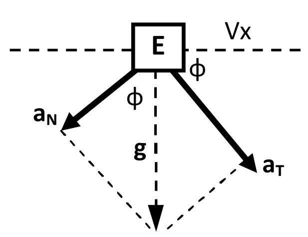
$$V_E = \sqrt{V_{f_x}^2 + V_{f_y}^2} = \sqrt{(5{,}497)^2 + (19{,}046)^2} \Rightarrow V_E = 19{,}823 m/s$$

Calculandoel angulode inclinacion de la particulaen E

$$Tg\phi = \frac{V_{f_y}}{V_{f_x}} = \frac{19{,}046}{5{,}497} \Rightarrow \phi = 73{,}90°$$

Del grafico se obtiene a_T

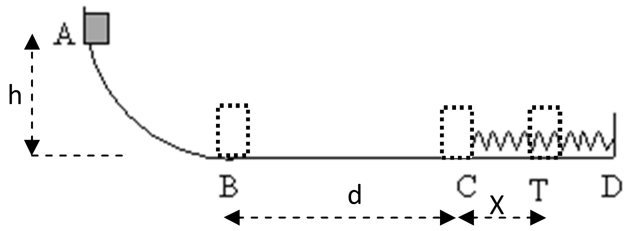
$$a_T = g \cdot sen\phi = 9{,}81 \cdot sen73{,}90° \Rightarrow a_T = 9{,}425 \text{ m/s}$$



a) V_E=19,823 m/s
b) a_T=9,425 m/s²N

7.7. El objeto de la figura tiene 3 kg de masa y parte del reposo desde una altura de 6m, describiendo primero una trayectoria circular AB sin fricción y a continuación una trayectoria horizontal con fricción, μ=0,2, hasta detenerse por efecto del muelle. La distancia BC es de 9 m de longitud. La constante del muelle es k=400 N/m.

a) Qué velocidad lleva el cuerpo cuando pasa por el punto B?
b) Cuando vale la reacción en B, parte inferior de la pista circular
c) Cuánto se va a comprimir el muelle?



a)

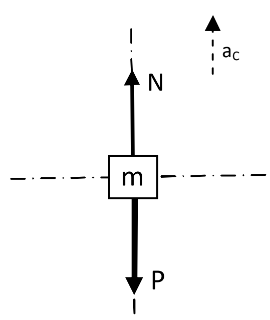
Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow B$ (linea de referencia en D)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_B} + \mathrm{Trfr_{A\text{-}B}}$$
$$\mathrm{EC_A} + \mathrm{EP_A} = \mathrm{EC_B} + \mathrm{EP_B}$$
$$\mathrm{EP_A} = \mathrm{EC_B}$$
$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_B^2}$$
$$2 \cdot g \cdot h_A = \mathrm{V_B^2}$$
$$\mathrm{V_B} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_A}$$
$$\mathrm{V_B} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 6}$$
$$\mathrm{V_B} = 10{,}850 \text{ m/s}$$

b)

Determinacion de

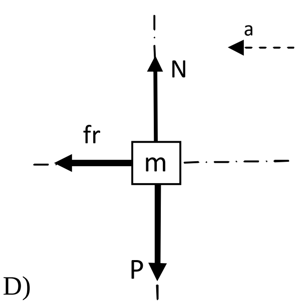
Realizando un analisis del cuerpo para hallar la Normal en B :



$$\uparrow \sum \mathrm{Fy} = m \cdot a_C$$
$$\mathrm{N_B} - P = m \cdot \frac{V^2}{R}$$
$$\mathrm{N_B} = m \cdot g + m \cdot \frac{V^2}{R}$$
$$\mathrm{N_B} = 3 \cdot \left(9{,}81 + \frac{(10{,}850)^2}{6} \right)$$
$$\mathrm{N_B} = 88{,}291\, N$$

c)

Realizando un analisis del cuerpo para hallar la Normal en el tramo B - T :



$$\uparrow \sum \mathrm{Fy} = 0$$
$$\mathrm{N_B} - P = 0$$
$$\mathrm{N_B} = m \cdot g$$

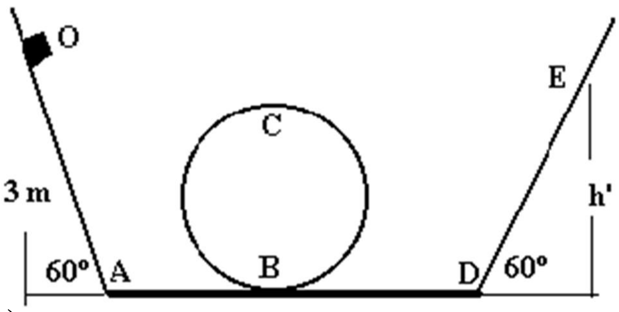
Aplicando la ecuacion de conservacion de energia tramo $A \Rightarrow T$ (linea de referencia en D)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_T} + \mathrm{Trfr_{A\text{-}B}} + \mathrm{Trfr_{B\text{-}C}} + \mathrm{Trfr_{C\text{-}T}}$$
$$\mathrm{EC_A} + \mathrm{EP_A} + \mathrm{EPe_A} = \mathrm{EC_T} + \mathrm{EP_T} + \mathrm{EPe_T} + \mathrm{fr} \cdot \mathrm{d} + \mathrm{fr} \cdot \mathrm{x}$$
$$\mathrm{EP_A} = \mathrm{EPe_T} + \mathrm{fr} \cdot \mathrm{d} + \mathrm{fr} \cdot \mathrm{x}$$
$$\mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot d + \mu \cdot m \cdot g \cdot x \qquad \text{dividiendo } (\mathrm{m} \cdot \mathrm{g})$$
$$h_A = \frac{k \cdot x^2}{2 \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{g}} \cdot + \mu \cdot d + \mu \cdot x$$
$$6 = \frac{400 \cdot x^2}{2 \cdot 3 \cdot 9{,}81} \cdot + 0{,}2 \cdot 9 + 0{,}2 \cdot x$$
$$6{,}796 \cdot x^2 + 0{,}2 \cdot x - 4{,}2 = 0$$
$$x = \frac{-0{,}2 \pm \sqrt{(0{,}2)^2 - 4 \cdot 6{,}796 \cdot (-4{,}2)}}{2 \cdot (6{,}796)}$$
$$(+)x = 0{,}772\, m$$

a) V_B=10,850 m/s
b) N_B=88,291 N
c) X=0,772 m

7.8. El esquema de la figura representa dos planos inclinados 60º sin rozamiento, dos planos horizontales AB =BD= 1m con rozamiento al deslizamiento de coeficiente μ =0.1 y una circunferencia vertical sin rozamiento de radio R=1 m. Una partícula de masa m=300 g se abandona sin velocidad inicial y recorre el camino OABCDE. Se pide Si la altura de O es de 3 m calcular:

a) la velocidad de la partícula en A, B, C y D b) ¿Cuál será la reacción en los puntos B y C? c) ¿Cuánto ascenderá por el plano inclinado DE?.



a)

Aplic.la E.C.E.tramo O $\Rightarrow A$ (linea de ref. A)

$$\mathrm{EM_O} = \mathrm{EM_A} + \mathrm{Tr_{fr_{O\text{-}A}}}$$

$$\mathrm{Ec_O} + \mathrm{Ep_O} = \mathrm{Ec_A} + \mathrm{Ep_A}$$

$$\mathrm{Ep_O} = \mathrm{Ec_A}$$

$$m \cdot g \cdot h_O = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_A^2}$$

$$\mathrm{V_A} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_O}$$

$$\mathrm{V_A} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (3 \cdot sen60°)}$$

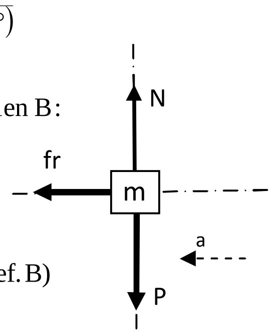
$$\mathrm{V_A} = 7{,}140\,\mathrm{m/s}$$

Analisis del cuerpo para hallar la Normal en B:

$$\sum \mathrm{Fy} = 0$$

$$\mathrm{N} - P = 0$$

$$N = m \cdot g$$



Aplic.la E.C.E.tramo A $\Rightarrow B$ (linea de ref. B)

$$\mathrm{EM_A} = \mathrm{EM_B} + \mathrm{Tr_{fr_{A\text{-}B}}}$$

$$\mathrm{Ec_A} + \mathrm{Ep_A} = \mathrm{Ec_B} + \mathrm{Ep_B} + \mathrm{fr} \cdot \mathrm{d}$$

$$\mathrm{Ec_A} = \mathrm{Ec_B} + \mu \cdot m \cdot g \cdot \mathrm{d}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_A^2} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_B^2} + \mu \cdot m \cdot g \cdot \mathrm{d}$$

$$\mathrm{V_B} = \sqrt{\mathrm{V_A^2} - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \mathrm{d}}$$

$$\mathrm{V_B} = \sqrt{(7{,}140)^2 - 2 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}81 \cdot 1}$$

$$\mathrm{V_B} = 7{,}001\,\mathrm{m/s}$$

Aplic.la E.C.E.tramo B $\Rightarrow C$ (linea de ref. B)

$$\mathrm{EM_B} = \mathrm{EM_C} + \mathrm{Tr_{fr_{B\text{-}C}}}$$

$$\mathrm{Ec_B} + \mathrm{Ep_B} = \mathrm{Ec_C} + \mathrm{Ep_C}$$

$$\mathrm{Ec_B} = \mathrm{Ec_C} + \mathrm{Ep_C}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_B^2} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{V_C^2} + \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{h_C}$$

$$\mathrm{V_C} = \sqrt{\mathrm{V_B^2} - 2 \cdot g \cdot h_C}$$

$$\mathrm{V_C} = \sqrt{(7{,}001)^2 - 2 \cdot 9{,}81 \cdot 2}$$

$$\mathrm{V_C} = 3{,}126\,\mathrm{m/s}$$

b)

Analisis del cuerpo para hallar la Normal en B:

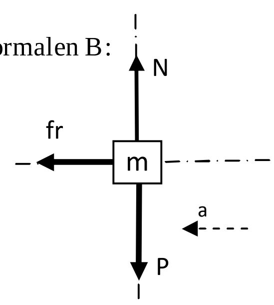
$$\uparrow \sum \mathrm{Fy} = 0$$

$$\mathrm{N} - P = 0$$

$$N = m \cdot g$$

$$N = 0{,}3 \cdot 9{,}81$$

$$N = 2{,}943\,N$$



Analisis del cuerpo para hallar la Normal en C:

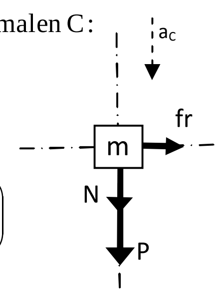
$$\downarrow \sum \mathrm{Fy} = m \cdot a_C$$

$$\mathrm{N} + P = m \cdot a_C$$

$$N = m \cdot (a_C - g)$$

$$N = 0{,}3 \cdot \left(\frac{3{,}126^2}{1} - 9{,}81 \right)$$

$$N = -0{,}038\,N$$



Debido a que la Normal en el punto C es negativo eso nos indica que el cuerpo no logra pasar el punto C